

ARTHUR MARTINEZ PIRES

Impactos da Crise Hídrica na Matriz Energética Brasileira: uma Abordagem via Teoria de Portfólios

Trabalho de Formatura apresentado à Escola
Politécnica da Universidade de São Paulo para
obtenção do Diploma de Engenheiro de Produção

São Paulo

2015

ARTHUR MARTINEZ PIRES

Impactos da Crise Hídrica na Matriz Energética Brasileira: uma Abordagem via Teoria de Portfólios

Trabalho de Formatura apresentado à Escola
Politécnica da Universidade de São Paulo para
obtenção do Diploma de Engenheiro de Produção

Área de Concentração:
Engenharia de Produção

Orientadora:
Prof^a. Dr^a. Celma de Oliveira Ribeiro

São Paulo

2015

Catálogo-na-publicação

Pires, Arthur Martinez

Impactos da Crise Hídrica na Matriz Energética Brasileira: uma Abordagem via Teoria de Portfólios / A. M. Pires -- São Paulo, 2015. 97 p.

Trabalho de Formatura - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia de Produção.

1. Pesquisa Operacional 2. Portfólios I. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia de Produção II. t.

Ao meu pai.

AGRADECIMENTOS

Agradeço à minha família e amigos por todo o apoio que me foi dado não somente nesta última etapa de meu curso de graduação, mas durante toda a minha vida, pessoal e acadêmica.

Agradeço à minha orientadora Prof^a Dr^a Celma de Oliveira Ribeiro por toda a orientação e direcionamento dados ao longo deste trabalho.

Agradeço aos meus colegas de trabalho Renato Coletta e David Sterenfeld por toda a ajuda e conhecimento transmitidos a respeito dos conceitos e formulação dos modelos.

Agradeço, finalmente, ao meu mentor e colega de trabalho Diego de Carvalho Martins, que acompanhou de perto toda a evolução da escrita, estava sempre disposto a discutir desde os detalhes mais complexos até o direcionamento a ser dado em cada nova fase e me guiou desde a concepção inicial até a conclusão do trabalho.

RESUMO

Este trabalho de formatura determina modelos matemáticos de otimização capazes de encontrar uma matriz energética ótima para um sistema de geração em cenários de crise hídrica. O principal arcabouço teórico utilizado com esse intuito consiste na teoria de portfólios, que define a matriz ótima de um sistema com base nas informações de risco e retorno esperado para cada elemento componente. Após a determinação dos modelos, os conceitos definidos são aplicados em um caso prático, a determinação da matriz energética ótima para o Brasil.

Inicialmente, é apresentada a matriz energética brasileira como ela está hoje instalada, e são dadas justificativas históricas para as decisões tomadas até o momento. São apresentadas as principais fontes de geração de energia no Brasil, e a evolução da matriz brasileira nos últimos anos.

Em seguida, são apresentados modelos capazes de simular cenários estáveis, e modelos que incorporam incertezas em seus parâmetros de entrada. São descritos, nessa ordem, o funcionamento de modelos de média-variância, modelos de otimização robusta e o modelo de Black-Litterman. É observado que modelos tradicionais como os de média-variância são capazes de estabelecer uma fronteira de portfólios eficientes para diferentes níveis de aversão ao risco, mas que essa formulação não apresenta uma alternativa clara de formulação de cenários. O modelo robusto, por sua vez, aceita a incorporação de incertezas nos parâmetros de entrada, mas não ajusta todos os elementos do sistema em função dessas variações e seus resultados são geralmente muito conservadores. Por fim, o modelo de Black-Litterman permite a inserção de mais de um cenário em um mesmo modelo, e permite também o estabelecimento de níveis de confiança para cada cenário criado, o que resulta em uma calibragem mais fina dos resultados em função de expectativas prévias.

Como os parâmetros de entrada desses modelos são de difícil determinação exata, este trabalho também apresenta uma metodologia de estimação, denominada Custo Nivelado de Energia, capaz de estimar os custos médios de geração energética das diversas tecnologias nacionais.

Palavras-chave: teoria de portfólios, geração de energia, matriz energética, custo nivelado de energia, média-variância, otimização robusta, modelo de Black-Litterman.

ABSTRACT

This bachelor thesis determines mathematical optimization models capable of finding an optimal energy matrix for a generation system undergoing hidrical crisis scenarios. The theoretical framework used by this thesis derives from portfolio theory, which determines the optimal matrix of a system based on the risk and expected return of each component of the system. This thesis then describes the models, and afterwards the conceptual framework is then applied to a practical case, the determination of the optimal energy matrix for Brazil.

Initially, this thesis describes the Brazilian energy matrix as it is today, and gives historical explanations as to why some of the decisions regarding its constitution were made. Then it presents the main generation technologies in Brazil and the evolution of the Brazilian energy matrix in the past years.

Then, the thesis presents models capable of simulating standard scenarios and models, which allow uncertainty in its input parameters. The thesis describes, in this order, mean-variance models, robust optimization models and the Black-Litterman model. Traditional models, like the mean-variance one, establish an efficient frontier for different levels of risk aversion, but this formulation does not present an intuitive way for the creation of scenarios. The robust optimization model, on the other hand, allows uncertainty in its input parameters, but does not adjust the whole system based on the changes made for each scenario, and it often results in very conservative portfolios. Finally, the Black-Litterman model allows the insertion of multiple scenarios within a single formulation. It also allows different confidence levels for each defined scenario, which results in a more delicate tuning of the results regarding the previous expectations.

As the input parameters of these models are hard to be determined with precision, this thesis also presents a methodology, named Levelized Cost of Energy, capable of estimating such parameters for each of the different generation technologies present in the national matrix.

Keywords: portfolio theory, energy generation, energy portfolio, levelized cost of energy, mean-variance, robust optimization, Black-Litterman model.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Evolução da geração energética brasileira entre 2000 e 2014	27
Figura 2 - Meio final de consumo de energia por fonte no Brasil em 2013	32
Figura 3 - Composição das fontes de geração de energia elétrica na matriz brasileira em 2013	32
Figura 4 - Consumo residencial de eletricidade por estado brasileiro	33
Figura 5 - Oferta interna de energia elétrica e oferta <i>per capita</i>	34
Figura 6 - SIN e sistemas isolados, e interligações futuras	36

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Relação risco-retorno de portfólios eficientes e fronteira eficiente	42
Gráfico 2 - Portfólios eficientes para diferentes valores de aversão ao risco.....	43
Gráfico 3 - Variação na alocação inicial dada por um viés de Black-Litterman	53
Gráfico 4 - Composição dos custos de geração por tecnologia.....	56
Gráfico 5 - Fronteira eficiente de geração e matrizes elétricas brasileiras atual e planejada ...	77
Gráfico 6 - Fronteira eficiente para os cenários base, de crise sistêmica e de crise hídrica	80
Gráfico 7 - Variações na matriz ótima em função de uma crise sistêmica.....	82
Gráfico 8 - Variações na matriz ótima em função de uma crise hídrica.....	83

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Retorno e risco de um universo teórico de ativos	41
Tabela 2 - Matriz de correlações de um universo teórico de ativos	41
Tabela 3 - Matriz de covariâncias de um universo teórico de ativos	41
Tabela 4 - Retorno enviesado e risco de um universo teórico de ativos	53
Tabela 5 - Parâmetros para o cálculo de custos de geração no Brasil para tecnologias fósseis e para a tecnologia eólica	68
Tabela 6 - Parâmetros para o cálculo de custos de geração no Brasil para tecnologias renováveis exceto a eólica	69
Tabela 7 - Custos mínimos de geração elétrica por tecnologia para o cenário brasileiro, em US\$/kWh	70
Tabela 8 - Custos médios de geração elétrica por tecnologia para o cenário brasileiro, em US\$/kWh	70
Tabela 9 - Custos máximos de geração elétrica por tecnologia para o cenário brasileiro, em US\$/kWh	71
Tabela 10 - Risco de geração expressos em desvios padrão percentual do custo	72
Tabela 11 - Matriz de correlação entre os custos de aquisição de combustível	73
Tabela 12 - Matriz de correlação entre os custos de operação e manutenção	74
Tabela 13 - Matriz de covariância entre os custos de geração do sistema	75
Tabela 14 - Portfólio de referência brasileiro em 2013 e 2023	76
Tabela 15 - Custos máximos de geração em um cenário de crise sistêmica	79
Tabela 16 - Custos máximos de geração em um cenário de crise de geração hidráulica	79
Tabela 17 - Matriz ótima selecionada da fronteira eficiente do cenário base	81
Tabela 18 - Composição do viés de crise sistêmica estabelecido para o modelo de Black-Litterman	81
Tabela 19 - Composição do viés de crise hídrica estabelecido para o modelo de Black Litterman	82

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BEN	Balanço Energético Nacional
CAPM	<i>Capital Asset Pricing Model</i>
EPE	Empresa de Pesquisa Energética
EU15	Conjunto de países da União Europeia pré-2004
IEA	<i>International Energy Agency</i>
LCOE	<i>Levelized Cost of Energy</i>
MME	Ministério de Minas e Energia
MCSO	Modelo Cônico de Segunda Ordem
MV	Média-Variância
MWh	Megawatt-hora
O&M	Operação e Manutenção
PCH	Pequenas Centrais Hidrelétricas
PDE	Plano Decenal de Expansão de Energia
PNE	Planejamento Nacional de Energia
SIN	Sistema Integrado Nacional
OIEE	Oferta Interna de Energia Elétrica
ONS	Operador Nacional do Sistema

SUMÁRIO

1. Introdução.....	25
1.1. Cenário Atual da Matriz Energética Brasileira	25
1.2. Objetivo	25
1.3. Justificativa	26
1.4. Estrutura do Trabalho de Formatura	28
2. Revisão Bibliográfica	31
2.1. O Planejamento Energético Brasileiro	31
2.2. A Matriz Energética Brasileira.....	34
2.3. O Modelo de Média-Variância.....	38
2.3.1. Formulação Clássica do Modelo de Média-Variância	38
2.3.2. Determinação da Solução Irrestrita.....	40
2.3.3. Aplicação do Modelo em um Universo Teórico	40
2.3.4. Exemplos de Aplicação do Modelo de Média-Variância.....	43
2.3.5. Considerações Finais sobre Modelos de Média-Variância	46
2.4. O Modelo de Otimização Robusta	46
2.5. O Modelo de Black-Litterman	49
2.6. Custo Nivelado de Energia	54
3. Modelos Propostos	57
3.1. Custos Associados a cada Tecnologia	57
3.2. Riscos Associados a cada Tecnologia	59
3.3. Formulação dos Modelos.....	60
3.3.1. Média-Variância.....	60
3.3.2. Abordagem Robusta	61
3.3.3. Abordagem de Black-Litterman.....	64
4. Resultados	67
4.1. Determinação dos Custos de Geração	67
4.2. Determinação dos Riscos de Geração.....	71
4.3. Aplicação do Modelo de Média-Variância.....	75
4.4. Aplicação do Modelo de Otimização Robusta	77
4.5. Aplicação do Modelo de Black-Litterman	80
5. Conclusões.....	85
6. Referências Bibliográficas	87

Apêndice A – Demonstrações Referentes ao Modelo de Black-Litterman	.89
Apêndice B – Histogramas dos custos médios de geração	91
Apêndice C – Matrizes de Covariância entre os custos de geração	95

1. INTRODUÇÃO

O presente trabalho, de conclusão do curso de engenharia de produção, busca identificar, na literatura nacional e na literatura internacional, modelos de otimização capazes de determinar o portfólio energético ótimo para um sistema em um cenário de crise hídrica. Neste primeiro capítulo é apresentado o cenário atual da matriz energética brasileira e o plano governamental elaborado para os próximos anos. Consecutivamente, são definidos os objetivos a serem atingidos pelo trabalho e, por fim, este capítulo apresenta a estrutura na qual o restante do conteúdo será apresentado.

1.1. CENÁRIO ATUAL DA MATRIZ ENERGÉTICA BRASILEIRA

A energia elétrica é fundamental para o funcionamento da sociedade moderna, está presente no cotidiano de boa parte da população mundial e está relacionada principalmente aos setores industrial, de transportes, residencial, agropecuário e de serviços. De acordo com dados da base SE4ALL do Banco Mundial (2015), denominada Energia Sustentável Para Todos, 84,6% da população mundial possuía acesso à energia elétrica em 2012, enquanto que no Brasil esse indicador atingiu a marca de 99,5% da população.

A principal fonte de geração de energia elétrica no Brasil é a hidroelétrica. Dada a abundância de recursos hídricos de nossa nação, o baixo custo de geração de energia e um impacto ambiental relativamente pequeno, essa é uma escolha natural e quase óbvia. Mas uma análise sistêmica e mais profunda a respeito da matriz energética brasileira levanta a questão do risco inerente a uma matriz concentrada e dependente de uma ou poucas fontes de geração. Ao mesmo passo em que a escolha pela tecnologia de menor custo como componente principal de uma matriz energética pode levar a um menor custo médio de geração nas condições ideais, em casos de crise a grande dependência de uma única tecnologia pode resultar na tomada de medidas mais drásticas, como o racionamento, ou a necessidade de execução de medidas emergenciais e de elevado custo.

1.2.OBJETIVO

Este trabalho tem como objetivo identificar modelos de otimização capazes de incorporar as características mais pertinentes de sistemas de geração energética, e testar a viabilidade de aplicação destes na simulação de um cenário de crise hídrica. Todo o referencial teórico construído será aplicado ao cenário brasileiro, como forma de testar a viabilidade e a

implementação dos modelos, e também como forma de comparar os resultados obtidos com o planejamento elaborado pela Empresa de Pesquisa Energética (EPE) do Ministério de Minas e Energia (MME) do Governo Federal.

Para isso, esse trabalho irá abordar a determinação dos custos de geração energética de diferentes tecnologias através da metodologia mais pertinente encontrada na literatura, e em seguida testará essas informações de custos em modelos de otimização baseados na teoria de portfólios. Por fim, será observada a relação entre um cenário normal de geração e os principais impactos de uma crise hídrica nos custos de geração de um sistema energético, e essas variações serão incorporadas novamente aos modelos.

1.3. JUSTIFICATIVA

O consumo de energia elétrica é parte integrante das rotinas diárias da maior parte da população brasileira, e também é fundamental na realização das mais diversas atividades econômicas. Assim, pode-se inferir que variações nos custos de geração e, conseqüentemente, nos preços da energia entregue ao consumidor final impactam diretamente o custo de vida dos brasileiros e também os custos das demais atividades econômicas, incorrendo em variação na inflação do país.

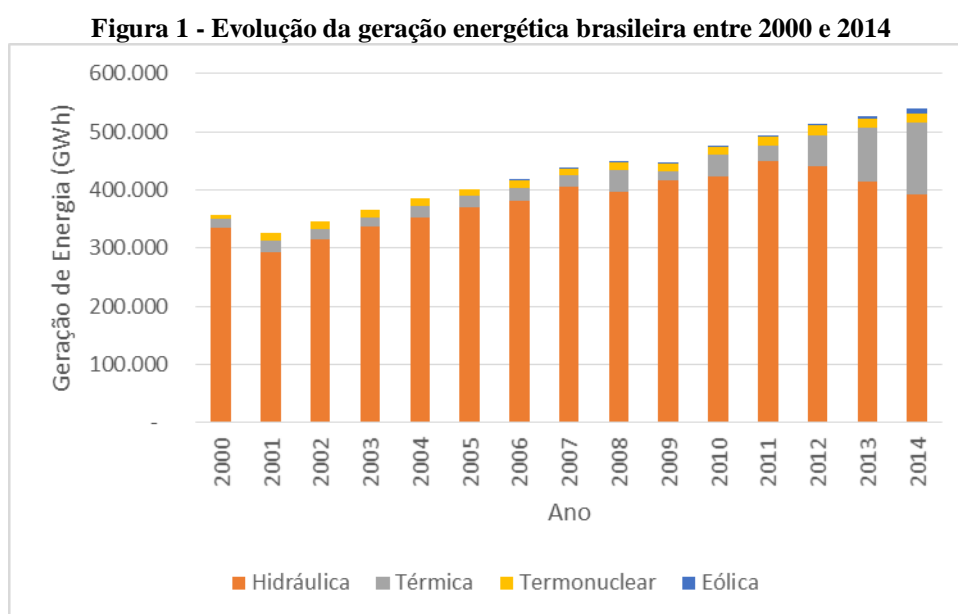
Além disso, os custos de geração elétrica não são limitados ao escopo econômico. Muito se discute sobre os impactos ambientais causados pela instalação de hidrelétricas, sobre a poluição visual e sobre o desvio das rotas migratórias de animais devido a pártios eólicos, sobre as conseqüências de alto impacto de falhas e vazamentos em reatores nucleares e, principalmente, sobre a emissão de gases de efeito estufa decorrente da utilização de combustíveis fósseis e não renováveis em termoeletricas.

Portanto, a determinação de uma matriz energética eficiente capaz de reduzir tanto incertezas e variações esperadas quanto como o custo incorrido na geração de energia elétrica é fundamental para um planejamento sustentável e de longo prazo para o país.

Em função do racionamento de energia ocorrido em 2001 e da recente preocupação com a oferta de energia em função de menores volumes de chuvas, é possível questionar a eficiência da matriz elétrica atualmente instalada no país. A maior parte da capacidade de geração elétrica do país é oriunda de energia hidráulica, e os estresses de oferta obrigam o governo a recorrer à

geração térmica, e submeter-se a elevados custos econômicos e ambientais em troca dessa energia.

Através dos dados de geração de energia do sistema nacional fornecidos pelo Operador Nacional do Sistema (ONS) e apresentados na Figura 1, é possível observar que em 2001 a geração total do sistema foi, conforme explicado anteriormente, menor do que a do ano diretamente anterior. Também é possível observar que a recente crise hídrica não impediu o crescimento da geração total brasileira, mas em compensação aumentou a participação da fonte térmica, de alto custo e elevada emissão de gases poluentes.



Fonte: Operador Nacional do Sistema (2015).

Assim, verifica-se a importância da determinação de uma matriz ótima para o Brasil, tanto para o cenário atual quanto para os próximos anos, a fim compará-la com a capacidade de geração já instalada e, no caso de o cenário atual não estar no ponto ótimo, propor um caminho de melhoria, a ser validado junto as premissas e objetivos dos planos nacionais de longo prazo aprovados pelo Ministério de Minas e Energia.

Essa matriz ótima, ou portfólio eficiente, deve sempre maximizar o retorno esperado para qualquer nível de risco ou deve minimizar o nível de risco para qualquer retorno esperado (Awerbush et al., 2003).

No caso de um portfólio energético, a maximização do retorno esperado pode ser avaliada em termos de custos (Awerbuch et al., 2003) através da determinação dos custos associados a cada tecnologia de geração elétrica e consecutiva inversão dos mesmos. Para maior

clareza, a determinação do retorno esperado pode ser desvinculada da questão dos preços finais e consequentes dinâmicas de mercado que tornam os resultados instáveis e pouco previsíveis através da determinação do custo econômico de geração (por exemplo, em R\$/kWh) e posterior inversão desse valor, o que determina um indicador de resultado da geração em termos econômicos (por exemplo, em kWh/R\$). Esses custos são de difícil estimação no longo prazo e, portanto, a definição da alternativa de menor custo se prova menos eficiente do que a busca por maior diversificação e determinação de portfólios eficientes (Awerbuch et al., 2003) protegidos contra variações súbitas de oferta e demanda. Dentre as principais fontes de custo, encontram-se: disponibilidade de combustível; operação e manutenção; e período de construção (Awerbuch et al., 2003). Também é possível inserir características não econômicas de custo no modelo, como o custo de geração de CO₂, como forma de buscar um portfólio ótimo no sentido de bem-estar social.

Outra informação necessária para a determinação da matriz elétrica ótima através de um modelo refere-se aos riscos associados a cada fonte de custo. Esses podem ser interpretados como o grau de variação no custo médio esperado para uma determinada tecnologia.

Com esse estudo, espera-se consolidar informações sobre as diferentes formas como modelos de determinação de uma matriz energética eficiente são definidos, quais parâmetros são relevantes e como são determinados os custos e os riscos associados a esses parâmetros para então desenvolver um modelo que utilize as alternativas mais robustas e que apresentem maior aderência ao cenário brasileiro. Por fim, espera-se utilizar os resultados desse modelo na comparação com o cenário atual brasileiro e com os planos governamentais estabelecidos para os próximos anos.

1.4. ESTRUTURA DO TRABALHO DE FORMATURA

Este trabalho se organiza em torno de 4 eixos, além desta introdução. Na Seção 2, é estudado o estado atual do sistema de geração brasileiro, e revisado o planejamento governamental elaborado para os próximos anos no âmbito energético. Além disso, nesta seção também é revisada a bibliografia existente sobre o tema proposto, abordando modelos para a definição de matrizes energéticas ótimas aplicadas no cenário internacional e nacional. Em seguida, na Seção 3, são detalhados os modelos propostos por este trabalho para a identificação de matrizes ótimas de geração de energia, desde um modelo de média-variância, passando por otimização robusta e por fim adotando uma metodologia de sensibilização de cenários. Nesta seção também é abordada uma metodologia empregada para a determinação e cálculo dos dados

de entrada dos modelos de otimização, denominada Custo Nivelado de Energia (LCOE). Na sequência, a Seção 4 traz resultados da aplicação do modelo apresentado para o caso brasileiro. Finalmente, a Seção 5 conclui este estudo ao tratar das principais interpretações que foram obtidas após o cálculo dos modelos propostos e ao tratar das limitações e possíveis estudos futuros que possam complementar o presente trabalho.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

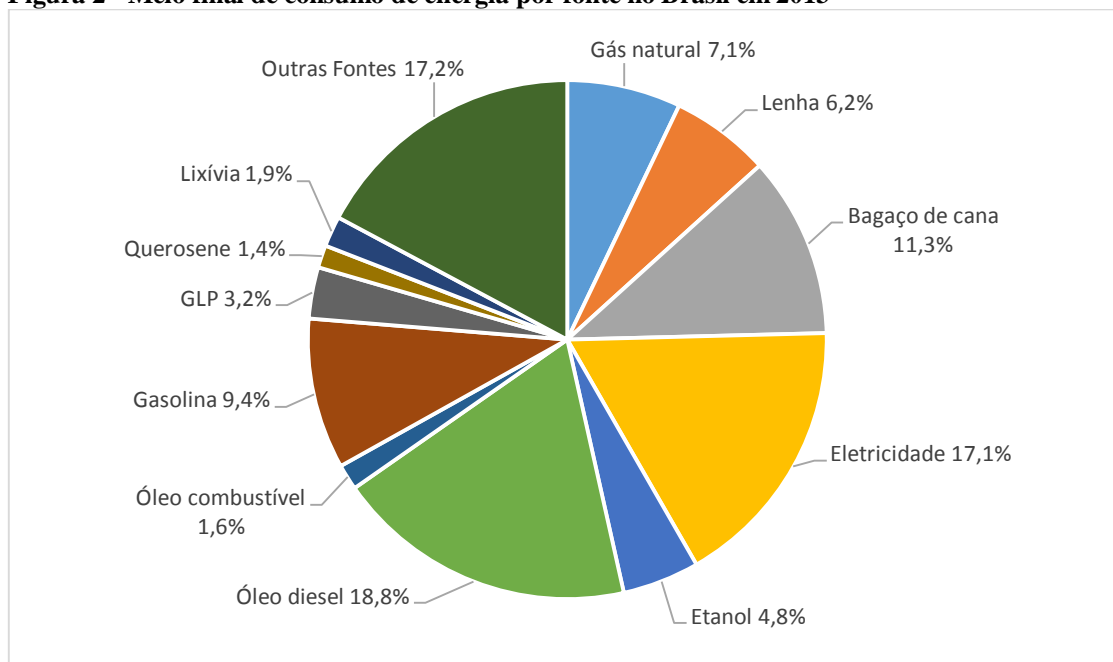
Este capítulo destina-se ao estudo da literatura relevante ao entendimento e desenvolvimento do modelo proposto para esse trabalho. Num primeiro momento, é apresentada a formulação dos modelos de média variância, a fim de definir o conhecimento base para a determinação de uma matriz elétrica ótima. Na sequência, a literatura internacional e nacional é revisada, ressaltando autores que propõem métodos para a determinação de portfólios ótimos de geração de energia. Em seguida, são definidas as principais variações do modelo de média-variância encontradas na literatura com potencial para solucionar o problema proposto, nomeadamente os modelos de otimização robusta e de Black-Litterman. Por fim, são apresentados outros conceitos teóricos necessários para a aplicação do modelo, como a determinação dos custos uma unidade geradora através do Custo Nivelado de Energia (LCOE).

2.1. O PLANEJAMENTO ENERGÉTICO BRASILEIRO

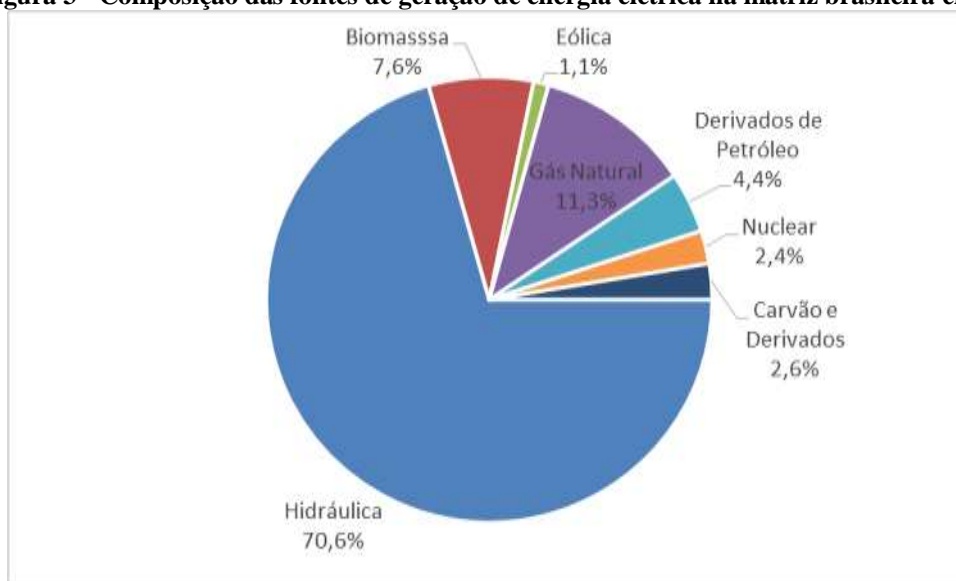
No Brasil, o controle do setor energético é realizado pelo Ministério de Minas e Energia (MME), criado em 1960, enquanto que o planejamento do setor, orientado por estudos e pesquisas, é realizado pela Empresa de Pesquisa Energética (EPE), criada em 2004 como um braço do MME.

De acordo com dados do Balanço Energético Nacional (EPE/MME, 2014a), documento anual que consolida informações referentes a oferta e consumo de energia no Brasil, 17,1% da energia produzida no país em 2013 foi consumida na forma de eletricidade, como mostra a Figura 2.

A Figura 3 apresenta a composição das fontes dessa energia, ou seja, a matriz de geração energética brasileira. Destaque deve ser dado à fonte hidráulica, responsável por 70,6% da geração do país em 2013. Ainda de acordo com o Balanço Energético Nacional, essa participação foi inferior à participação da fonte no ano de 2012, e a capacidade de geração hidráulica também foi menor em termos absolutos, com redução de 455,6 TWh em 2012 para 430,9 TWh em 2013. Esse documento afirma também que a participação de fontes renováveis na matriz elétrica brasileira, representados majoritariamente pela energia hidráulica, foi reduzida de 84,5% em 2013 para 79,3% em função de condições hidrológicas desfavoráveis, e que levaram ao aumento da geração térmica.

Figura 2 - Meio final de consumo de energia por fonte no Brasil em 2013

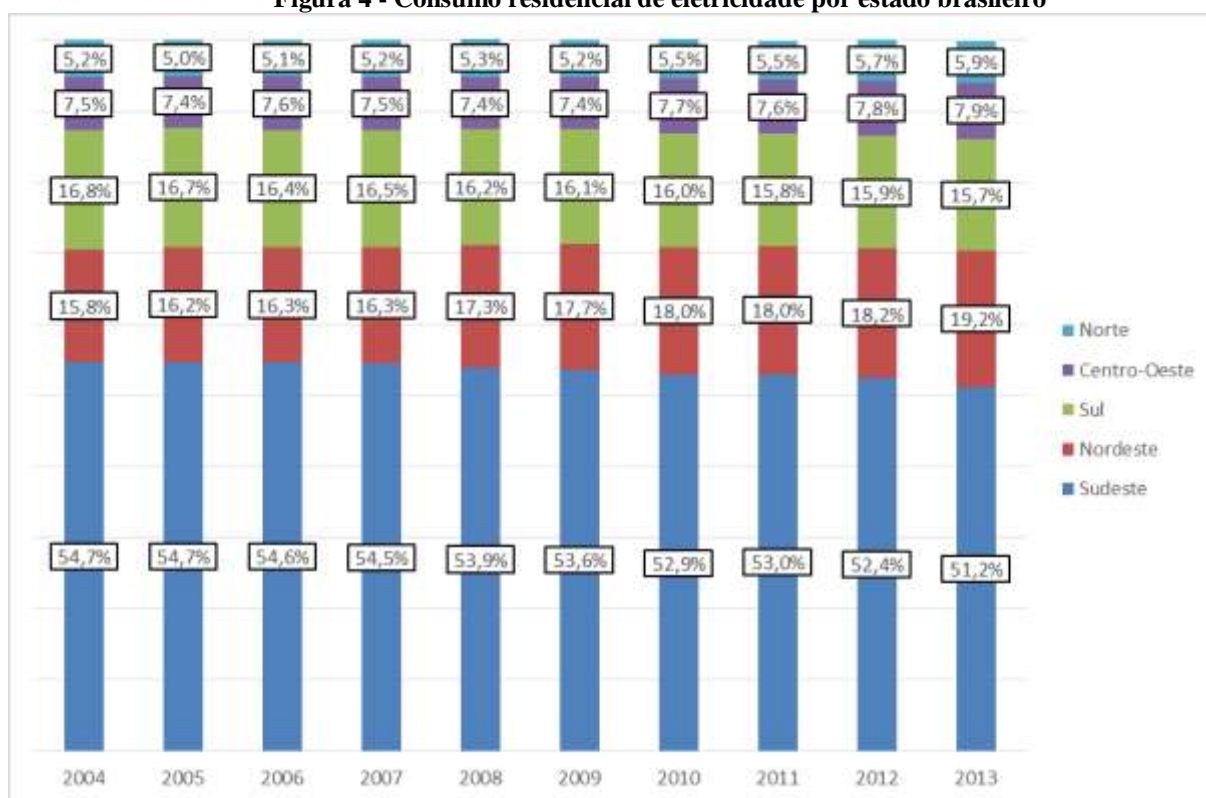
Fonte: Autoria própria, com base em dados do BEN 2014 (EPE/MME, 2014a)

Figura 3 - Composição das fontes de geração de energia elétrica na matriz brasileira em 2013

Fonte: Autoria própria, com base em dados do BEN 2014 (EPE/MME, 2014a)

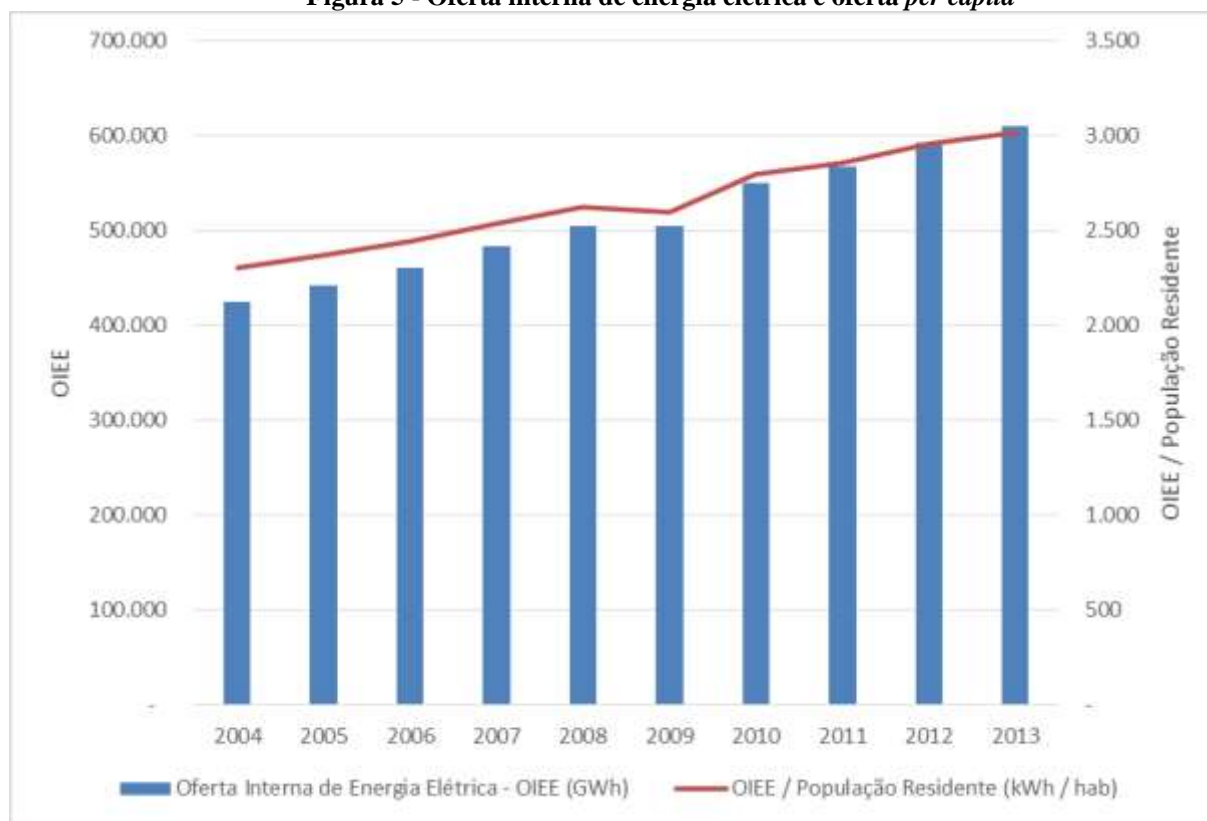
Fatores demográficos e econômicos acabam por alterar a constituição da demanda energética ao longo dos anos. Como apresentado na Figura 4, é possível observar um aumento da participação das regiões Nordeste e Norte na demanda residencial por energia.

Figura 4 - Consumo residencial de eletricidade por estado brasileiro



Fonte: Elaboração própria, com base em dados do BEN 2014 (EPE/MME, 2014a)

Além disso, apesar do crescimento da oferta energética ser maior do que o crescimento populacional brasileiro, a demanda per capita por energia cresceu a uma taxa média de 3% ao ano entre 2004 e 2013 de acordo com a Figura 5. Isso ocorre em função da adoção de novas tecnologias, muitas das quais consomem energia em seu funcionamento.

Figura 5 - Oferta interna de energia elétrica e oferta *per capita*

Fonte: Elaboração própria, com base em dados do BEN 2014 (EPE/MME, 2014a)

Esse aumento no padrão de consumo também é responsável pela mudança nos horários de pico de consumo. A crescente utilização de aparelhos de ar condicionado, por exemplo, deslocou o horário de pico de em torno das 19 horas, quando a utilização de resistências elétricas de chuveiros é maior, para em torno das 15 horas, quando a emissão de calor é mais intensa, e o consumo elétrico dos aparelhos de ar condicionado é consequentemente maior.

As peculiaridades do sistema energético nacional e mudanças situacionais como a apresentada no parágrafo anterior mostram como é complexo o planejamento a longo prazo para um sistema elétrico. Além disso, ao considerar que unidades geradoras requerem anos para serem construídas, e massivos investimentos, fica claro que um planejamento eficiente é essencial para que toda a demanda energética do sistema seja atendida sem que gastos excessivos sejam incorridos.

2.2. A MATRIZ ENERGÉTICA BRASILEIRA

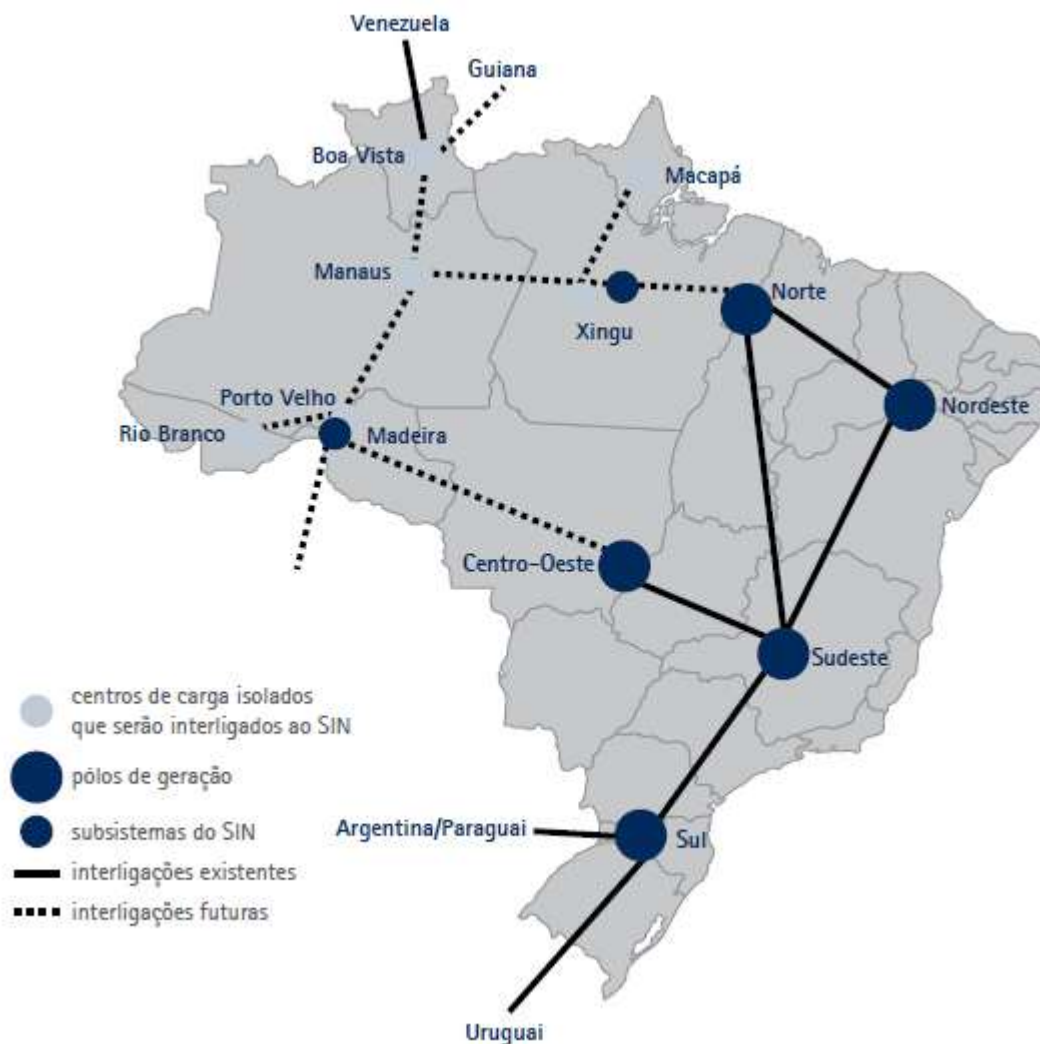
A matriz brasileira de geração energética como ela existe hoje deve sempre ser vista em conjunto com o sistema nacional de transmissão que torna a atual configuração da geração possível. Fontes de geração foram instaladas em locais muito distantes dos principais centros de consumo, o que historicamente aumentou a importância da transmissão. Assim, no que tange

a transmissão da energia elétrica, o sistema elétrico brasileiro é majoritariamente interligado pois existe uma motivação histórica de utilização de fontes elétricas distantes dos centros de consumo.

Essa interligação, que compreende as regiões Sul, Sudeste, Centro-Oeste, Nordeste e parte da região Norte, compõe o Sistema Interligado Nacional (SIN) de produção e transmissão de energia no Brasil. O SIN também é responsável pela redução de variações de oferta de energia por compensação entre os diversos centros de produção no caso, por exemplo, de uma seca em determinada região (LOSEKANN et al., 2013).

Excluídos do SIN estão fontes de geração que representam pouco mais de 2% do consumo brasileiro, segundo o Plano Nacional de Energia 2013 (EPE/MME, 2007), e estão quase em sua totalidade na região Norte do país, mas são relevantes por cobrirem o equivalente à metade do território nacional. A interligação das fontes ainda não conectadas é motivo de debates devido aos impactos ambientais causados pela abertura de novas rotas de penetração, que podem ou não ser compensados pela redução da geração térmica, equivalente a 80% da geração da região, e pelos elevados investimentos que devem ser feitos para concretização de tal interligação. Os desenhos do SIN, bem como de subsistemas e centros de carga ainda não interligados, estão representados na Figura 6.

Figura 6 - SIN e sistemas isolados, e interligações futuras



Fonte: PNE2030 (2007), p. 198.

Após o entendimento da importância do SIN e das consequências da integração em nível nacional por ele fornecida, é possível encarar o planejamento nacional de geração elétrica como o planejamento de um único sistema integrado. Nesse sistema, barreiras geográficas não possuem um impacto direto tão relevante na determinação da construção de uma usina ou unidade geradora quanto a capacidade real de geração desse subsistema.

Essa simplificação possui suas limitações. A geração de energia eólica sem a correta instalação do sistema de transmissão correspondente, por exemplo, pode impedir que toda a energia gerada seja utilizada. Além disso, ainda tratando da geração de energia através da tecnologia eólica, a intermitência pode levar ao dimensionamento incorreto da capacidade total

do sistema, uma vez que a oportunidade de geração pode não coincidir com os reais picos de demanda. Esta última limitação também se aplica à geração de eletricidade através de tecnologia hidráulica, tanto em hidroelétricas de grande porte quanto em Pequenas Centrais Hidrelétricas (PCHs).

A coordenação e o controle da operação do SIN são realizados pelo Operador Nacional do Sistema (ONS), órgão composto por membros advindos de empresas de geração, transmissão e distribuição, consumidores de grande porte, importadores e exportadores de energia e o Ministério de Minas e Energia (MME).

Conforme mencionado anteriormente, a geração hidráulica brasileira representou 70,6% da oferta de eletricidade do país em 2013, e, em termos absolutos, essa fonte teve oferta menor do que no ano anterior, devido a condições hidrológicas desfavoráveis. Somado a esses fatos, espera-se que a participação da energia hidráulica na matriz energética diminua no longo prazo, pois o potencial restante é limitado por motivos de ordem ambiental, de acordo com Losekann et al. (2013). Assim, a fim de cumprir o objetivo de manutenção da participação de fontes renováveis na matriz energética, é necessário aumentar a capacidade de produção de energia elétrica a partir de outras fontes renováveis.

O Governo Brasileiro, através da Empresa de Pesquisa Energética (EPE) e sob aprovação do MME, elabora anualmente o Plano Decenal de Expansão Energética (PDE), um documento cujo objetivo é o de equilibrar as projeções de crescimento econômico do país com a expansão da oferta de energia, a fim de orientar ações e decisões acerca do tema (Plano Decenal de Energia 2023, 2014). Esse documento tem um horizonte rolante de análise de 10 anos e prevê aportes da ordem de R\$ 300 bilhões em investimentos relacionados à oferta de energia elétrica, o que aumentará a capacidade instalada de geração de 124,8 GW em 2013 para 195,9 GW em 2023.

Assim, podemos concluir que energia elétrica é hoje um produto essencial para a sociedade brasileira, e que o suprimento da demanda é uma questão estratégica para o país, com impactos tanto na produção industrial quanto no cotidiano da população, além de ser fundamental para diversos outros setores da economia. Como a geração de energia requer infraestrutura complexa e obras com duração de muitos anos, erros estruturais no planejamento podem resultar em consequências graves para toda a sociedade, além de elevados custos para o Governo Federal e os Governos Estaduais.

2.3.O MODELO DE MÉDIA-VARIÂNCIA

2.3.1. FORMULAÇÃO CLÁSSICA DO MODELO DE MÉDIA-VARIÂNCIA

O modelo de média-variância (MV) foi desenvolvido e aplicado pela primeira vez no setor financeiro, com o objetivo de determinar a melhor alocação para uma carteira de ativos. A estratégia dual adotada para resolução de problemas tornou-o muito popular em diversos outros campos de estudo, em especial em casos onde é necessário determinar uma combinação de diversos elementos em um único conjunto ou portfólio.

Essa teoria inicia-se com Markowitz (1952), que questiona a máxima de que uma carteira de ativos deve ter como objetivo único a maximização do retorno esperado, pois essa estratégia acaba por negligenciar a importância da diversificação na redução dos riscos associados a esta carteira.

A teoria desenvolvida por Markowitz busca a determinação de um portfólio estático, com base não só no fluxo esperado de retornos dos ativos que compõem este portfólio como também na variância da carteira como um todo.

Dentro desta formulação, dado um vetor de retornos esperados para os ativos considerados na composição da carteira (r) e um vetor de alocação de cada ativo na carteira (w), o retorno esperado da carteira de investimentos (R) pode ser entendido como a soma dos retornos de todos os ativos que a compõem ponderada pela alocação de cada ativo na carteira, conforme a Equação 1.

$$R = r^T w \quad (1)$$

A Equação 2 apresenta o risco do portfólio que, de acordo com o modelo, é expresso como a variância (V) do retorno esperado para todo o sistema, determinada com base na alocação dada a cada ativo no portfólio e na matriz de covariâncias (Σ) entre os retornos esperados para os ativos.

$$V = w^T \Sigma w \quad (2)$$

A matriz de covariâncias apresentada é definida como o produto entre os desvios padrão (σ) da expectativa de retorno de cada par de ativos e a correlação (ρ) entre esses dois elementos. De forma ilustrativa, a covariância entre os ativos teóricos A e B pode ser expressa de acordo com a Equação 3. No caso particular em que os ativos coincidem, isto é, A e B são

representações de um mesmo ativo, a correlação entre esses dois elementos é unitária, conforme apresentado na Equação 4.

$$\Sigma_{AB} = \sigma_A \sigma_B \rho_{AB} \quad (3)$$

$$\Sigma_A = \sigma_A^2 \quad (4)$$

A formulação clássica do modelo de média-variância, desenvolvido inicialmente para aplicação em mercados financeiros (AWERBUCH; BERGER, 2003), envolve uma restrição (Equação 5) que garante a alocação completa do portfólio, através do produto do vetor de alocações por um vetor de uns (e).

$$w^T e = 1 \quad (5)$$

Por fim, Markowitz exclui deste tipo de análise a possibilidade de vendas a descoberto, ou seja, exclui do modelo a possibilidade de alocação negativa para um determinado ativo. Jagannathan e Ma (2002), ao estudar o efeito de diversas restrições na eficiência de modelos de média-variância, chegam à conclusão de que a eliminação da possibilidade de vendas a descoberto de um modelo de otimização por média-variância equivale a reduzir os valores das covariância entre os diversos ativos que compõem o sistema. Esse estudo também afirma, com base em evidência empírica, que a imposição de restrições na alocação dos ativos reduz a eficiência do sistema resultante, enquanto que ao não impor esse tipo de restrição os portfólios determinados com base em modelos de media variância apresentam resultados tão bons quanto outras formulações específicas para sistemas de ativos financeiros.

Markowitz (1952) afirma que é possível utilizar-se de técnicas estatísticas e julgamento de especialistas para obter o retorno de cada ativo e a covariância entre cada par de ativos e, através do modelo descrito, determinar a curva com a melhor relação entre retorno e variância, sobre a qual um investidor pode determinar o portfólio com a combinação desejada desses dois fatores.

Campbell e Vicera (2002) afirmam que a correta administração de um portfólio consiste na busca pelo maior retorno e menor variância. Afirmam também que ambas as características do portfólio são linearmente intercambiáveis. Assim, a função objetivo de um sistema de média-variância (Equação 6) pode ser expressa como a maximização do retorno esperado para o sistema penalizado pela variância do retorno esperado ajustada por um fator de aversão ao risco (k).

$$\max_w r^T w - k(w^T \Sigma w) \quad (6)$$

Assim, sensibilizando o fator de aversão ao risco, é possível determinar a fronteira ótima de um portfólio descrita por Markowitz (1952) assumindo a premissa de que risco e retorno são substituídos um pelo outro de forma linear.

2.3.2. DETERMINAÇÃO DA SOLUÇÃO IRRESTRITA

A determinação de portfólios ótimos através de um modelo de média-variância segue a lógica de um problema de otimização, mas caso não existam restrições impostas ao sistema, o portfólio ótimo pode ser determinado de forma analítica e trivial.

A função objetivo do modelo clássico, apresentada na Equação 6, é uma expressão de segundo grau com um único ponto de máximo que se encontra no ponto onde a primeira derivada da alocação (w) apresenta valor nulo,

$$r^T - 2k\Sigma w = 0.$$

Dessa forma, a alocação ótima do portfólio irrestrito pode ser determinada pela Equação 7, na qual $k' = k/2$ para efeitos de simplificação.

$$w = \frac{r^T}{k'\Sigma} \quad (7)$$

2.3.3. APLICAÇÃO DO MODELO EM UM UNIVERSO TEÓRICO

De forma ilustrativa, é agora apresentado um exemplo de resolução de um problema de determinação de portfólios ótimos através de um modelo de média-variância. Para este exemplo, é elaborado um universo teórico composto por três ativos, mas o modelo de média-variância é escalável, e pode ser empregado na determinação de portfólios com qualquer quantidade finita de ativos.

Estes três ativos são denominados A, B e C, e a eles são atribuídas as informações necessárias para a aplicação do modelo de média-variância. A primeira dessas informações é a expectativa de retorno para cada um desses ativos, apresentada na Tabela 1. Em seguida, é necessário obter a variação dessa expectativa de retorno, interpretada como o desvio padrão da mesma. Essa informação também é apresentada na Tabela 1. Por fim, a matriz com a correlação entre as expectativas de retorno dos três ativos é apresentada na Tabela 2.

Tabela 1 - Retorno e risco de um universo teórico de ativos

Ativo	Retorno	Desvio Padrão
A	0,60	0,04
B	1,80	0,15
C	0,80	0,05

Fonte: Elaboração própria.

Tabela 2 - Matriz de correlações de um universo teórico de ativos

Matriz de Correlações	A	B	C
A	1,00	0,55	0,40
B	0,55	1,00	0,35
C	0,40	0,35	1,00

Fonte: Elaboração própria.

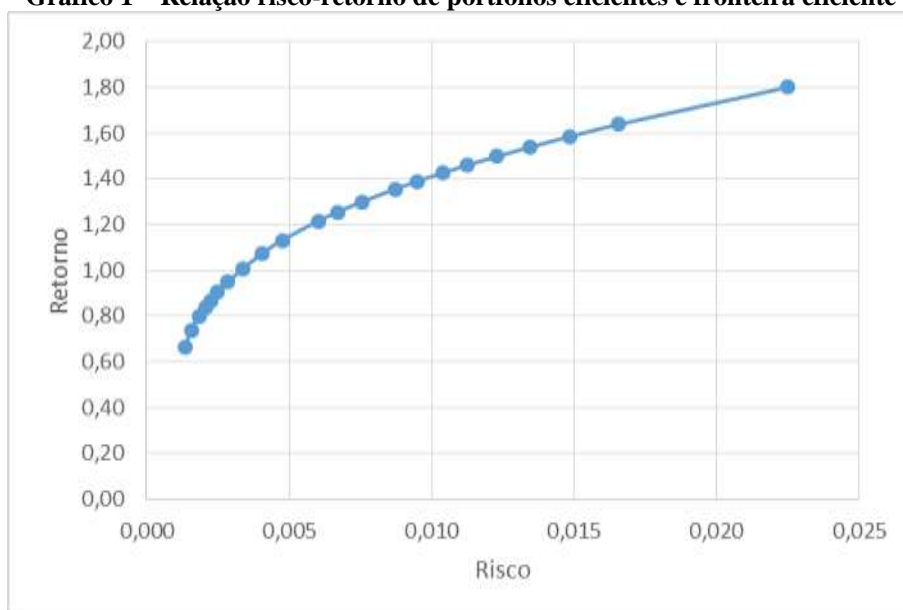
Definidos os parâmetros de risco de cada ativo, interpretados como o desvio padrão dos retornos esperados, e as correlações de cada par de ativos, é possível estabelecer a matriz de covariâncias (Tabela 3) do modelo a ser elaborado, a partir das Equações 3 e 4.

Tabela 3 - Matriz de covariâncias de um universo teórico de ativos

Matriz de Covariâncias	A	B	C
A	0,0016	0,0033	0,0008
B	0,0033	0,0225	0,0026
C	0,0008	0,0026	0,0025

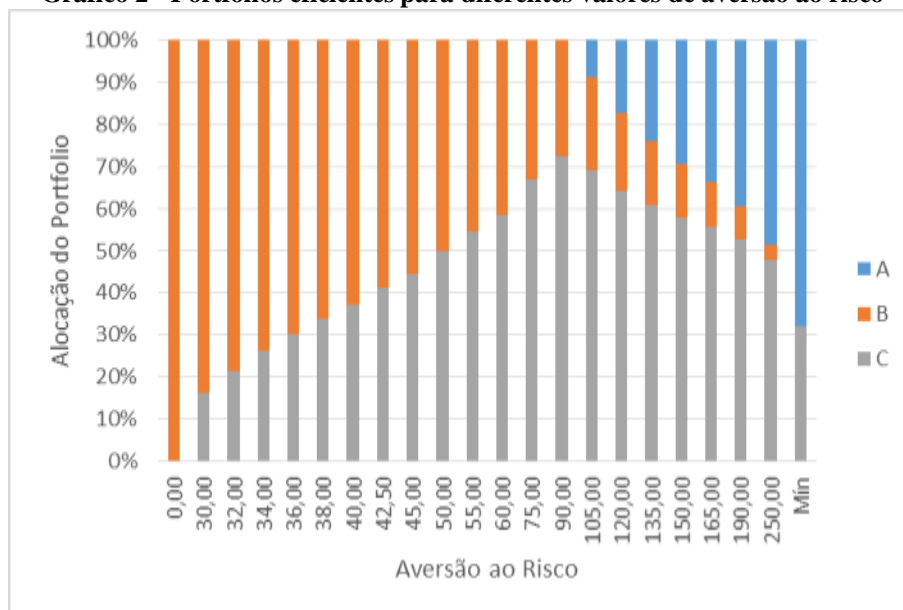
Fonte: Elaboração própria.

De posse das informações de risco, retorno e covariância entre os três ativos do universo teórico construído para esse exemplo apresentadas nas Tabelas 1 e 3, é possível determinar o portfólio ótimo dado pela Equação 6 que respeite a restrição de alocação completa dada pela Equação 5 para diferentes valores de aversão ao risco, como apresentado no Gráfico 1. A partir desses portfólios, é possível estabelecer uma curva sob a qual encontra-se a relação ótima de risco e retorno para diferentes portfólios. Essa curva é denominada fronteira eficiente, e compreende todos os portfólios eficientes possíveis de serem elaborados dentro do universo analisado, isto é, qualquer portfólio não pertencente à fronteira eficiente terá um risco maior, ou um retorno menor, ou ambos, com relação a um ou mais portfólios pertencentes à fronteira eficiente.

Gráfico 1 – Relação risco-retorno de portfólios eficientes e fronteira eficiente

Fonte: Elaboração própria.

O funcionamento do modelo de média-variância pode ser melhor observado através do Gráfico 2, no qual é apresentada a composição do portfólio correspondente a diferentes intensidades de aversão ao risco. O portfólio de máximo retorno, obtido para um valor nulo de aversão ao risco, é composto exclusivamente pelo ativo B, de maior retorno, mas a medida em que a penalização do risco sobre o retorno do portfólio aumenta, a alocação de B vai sendo diluída e passa ser coberta por C, o ativo com o segundo maior retorno do universo de análise. Ao penalizar ainda mais o retorno com o risco do portfólio, ambos os ativos B e C perdem alocação, e dão lugar a A, o ativo de menor risco da carteira. Por fim, para o portfólio de mínimo risco, no qual o retorno não é considerado, ou seja, k tende ao infinito, estão presentes somente os ativos A e C. Isso ocorre pois, apesar de o ativo A ser o de menor risco, a correlação entre esses ativos é menor do que um, e portanto a diversificação resulta em uma redução no risco maior do que a simples opção pelo ativo de menor risco e a consequente falta de aproveitamento dos ganhos atribuídos à diversificação do portfólio.

Gráfico 2 - Portfólios eficientes para diferentes valores de aversão ao risco

Fonte: Elaboração própria.

A literatura aplica esse modelo à geração elétrica de um sistema ou conjunto de sistemas traduzindo cada tecnologia de geração em um ativo, com características, parâmetros e restrições individuais, e a matriz energética resultante em um portfólio, sobre o qual será definido um conjunto de características resultantes da determinação da alocação de cada tecnologia geradora.

2.3.4. EXEMPLOS DE APLICAÇÃO DO MODELO DE MÉDIA-VARIÂNCIA

O primeiro modelo de média-variância utilizado para solucionar um problema de definição de um portfólio energético foi aplicado à aquisição de combustíveis para servir de insumo à indústria de energia elétrica dos Estados Unidos, por Bar-Lev e Katz (1976). Nesse mercado, as empresas geradoras de energia cobriam de 70% a 80% de sua demanda esperada com contratos de longo prazo que previa fornecimento por 10 ou até 20 anos e possuíam cláusulas de ajuste de preços, e o restante da demanda era suprida por contratos a vista. O estudo indicou que o risco associado ao portfólio da maioria das regiões dos Estados Unidos estudadas era elevado, o que é esperado em modelos nos quais grande importância é dada ao aumento do retorno esperado.

Bar-Lev e Katz (1976) aplicam o conceito de consideração tanto do risco como o do retorno de um portfólio com base tanto nas características dos ativos que o compõem quanto das tendências de variação conjunta entre os valores dos mesmos através de um modelo de

media-variância para a determinação da combinação ótima de combustível consumido em diferentes regiões dos Estados Unidos.

Esse estudo conclui que a maioria das empresas estudadas aceitam tomar um nível elevado de risco, ou seja, sujeitam-se a elevadas variações no custo de aquisição, em troca de um retorno elevado, ou seja, um baixo custo de aquisição de combustível. Uma das interpretações mais prováveis para esse fato vem da consideração de que a decisão tomada por estas empresas é baseada apenas no indicador de custo médio, e não leva em consideração, ou dá pouca importância, à variabilidade desse custo.

A teoria de portfólios de media-variância foi também aplicada para a definição de um portfólio conjunto para os quinze países que, na época, constituíam a União Europeia, o chamado EU15, por Awerbuch e Berger (2003). Esse estudo busca detalhar o risco associados a cada tipo de custo de cada tecnologia de geração, e para isso subdivide esses custos em quatro categorias: os associados ao combustível em si, os custos fixos e variáveis associados à operação e manutenção das unidades geradoras, e os associados ao período de construção das instalações necessárias.

O estudo de Awerbuch e Berger (2003) também destaca duas proposições importantes. Primeiro, a fim de propor um planejamento futuro coerente, a aplicação de um modelo de média-variância deve incorporar a distinção entre os ativos existentes e os ativos a serem construídos no futuro, a fim de garantir que as reduções de custo observadas na forma de maior eficiência e menores requerimentos de operação e manutenção incorridos por novas tecnologias sejam respeitadas. Além disso, o modelo de média-variância também deve também levar em consideração que ativos já existentes não possuem um dos fatores de risco presentes em novos ativos: o risco associado ao período de planejamento e construção.

Awerbuch e Berger (2003) utiliza cinco fontes diferentes de geração de energia: eólica, nuclear, petróleo, carvão e gás. Além disso, em função dos menores custos associados a operação de novas tecnologias, foram determinadas duas variações para cada tecnologia, uma antiga e outra nova, cada uma com suas características e parâmetros específicos.

Modelos derivados de outros campos de estudo também são utilizados na determinação de portfólios ótimos elétricos. Um desses modelos é o *Capital Asset Pricing Model* (CAPM), ou Custo de Oportunidade do Capital. Esse modelo, aplicado principalmente na precificação de ativos financeiros, separa o valor total da expectativa de retorno de um ativo (E_a) em um

componente de mercado, ou seja, o retorno esperado para ativos teoricamente livres de risco (E_{rf}), e um componente sistêmico referente ao risco adicional inerente ao ativo. O componente sistêmico do risco pode ser definido como o produto entre o prêmio sobre o risco médio de mercado (E_{rm}) e a relação entre o risco sistêmico associado ao ativo e o risco sistêmico do mercado no qual o ativo é negociado (β). Assim, o retorno total do ativo pode ser expresso como $E_a = E_{rf} + \beta(E_{rm} - E_{rf})$, de forma a discriminar seus componentes global e idiossincrático.

Marrero *et al.* (2013) e Awerbuch e Berger (2003) utilizam o CAPM para separar os riscos sistêmicos dos não sistêmicos para cada tecnologia. No estudo em questão, esse parâmetro é calculado através da Equação 8, na qual $E(\Delta\rho_i)$ representa a variação esperada de preço para a *commodity* i , $\Delta\rho_f$ representa a variação de preço em uma *commodity* teórica livre de risco e $E(\Delta\rho_m)$ representa a variação esperada nos preços do portfólio de *commodities*.

$$E(\Delta\rho_i) = \Delta\rho_f + \beta(E(\Delta\rho_m) - E(\Delta\rho_f)) \quad (8)$$

Em estudo voltado ao cenário brasileiro, Losekann et al. (2013) busca comparar o planejamento governamental do sistema de geração elétrica elaborado para o ano de 2020 com uma fronteira eficiente de portfólios determinada por um modelo de média variância de autoria própria.

Como a perspectiva é a de maximizar o bem-estar social, o custo das emissões de CO_2 é inserido e sensibilizado em três cenários distintos do modelo (custo zero, custo reduzido e os custos condizentes com as previsões da IEA – International Energy Agency).

Para a determinação dos riscos, Losekann et al. (2013) utiliza-se do trabalho de Awerbuch e Yang (2007), no qual os riscos associados a uma fonte de geração podem ser subdivididos em quatro categorias: risco de capital, que envolve a complexidade e duração da construção necessária para a geração elétrica; risco de combustível, cujo preço apresenta flutuações históricas e não regulares; risco de operação e manutenção, de difícil estimativa e baixo impacto no portfólio final; e por fim os riscos associado à emissão de CO_2 , para as gerações que necessitam de combustíveis fósseis.

De forma a aproximar esse modelo da realidade brasileira, a expansão da geração nuclear foi limitada às fronteiras previstas no PDE 2020, de 0,8% e 1,2% para fontes nucleares novas e antigas, respectivamente. Além disso, algumas fontes de energia, como as

intermitentes, também tiveram limites estabelecidos, dados a incapacidade de armazenamento e restrições de cunho tecnológico. Finalmente, Losekann et al. (2013) também estabeleceu o limite mínimo no portfólio para cada fonte energética em função das instalações já existentes.

2.3.5. CONSIDERAÇÕES FINAIS SOBRE MODELOS DE MÉDIA-VARIÂNCIA

Embora o modelo tradicional de média-variância seja amplamente utilizado pela literatura na determinação de portfólios ótimos, Michaud (1989) afirma que esse tipo de modelo é responsável por maximizar os erros de estimação do risco e do retorno utilizados como entrada de dados.

O modelo tradicional também pode sugerir portfólios de baixa intersecção entre si após mudanças mínimas nos parâmetros de entrada (CERIA; STUBBS, 2006). Essa característica do modelo de média-variância é intensificada com o aumento do número de restrições impostas pela formulação.

Além disso, a importância relativa dos erros de estimação de retorno, da variância e da covariância dos ativos considerados depende do perfil de risco que busca-se alcançar com o modelo (CHOPRA; ZIEMBA, 1993). Modelos de baixo risco tendem a ser igualmente impactados por erros na estimação dos três parâmetros citados, enquanto que modelos de risco elevado tendem a sofrer maior impacto de erros na estimação do retorno dos ativos.

Portanto, a fim de contornar as questões apresentadas a respeito do modelo de média-variância, formulações mais complexas foram desenvolvidas com o objetivo de mitigar os efeitos apresentados para a determinação de um portfólio ótimo. Entre elas, encontra-se o modelo de otimização robusta, a ser descrito na Seção 2.4.

2.4. O MODELO DE OTIMIZAÇÃO ROBUSTA

O modelo de otimização robusta, como descrito inicialmente por Soyster (1973), é uma derivação do modelo tradicional de média-variância que permite a adoção de bandas de valores para os parâmetros de entrada como forma de incorporar os erros de estimação desses parâmetros na construção do portfólio. Por não poder ser reformulado como um problema quadrático puro, modelos de otimização robusta devem ser resolvidos através de um otimizador capaz de manipular expressões convexas gerais ou de resolver um Modelo Cônico de Segunda Ordem – MCSO (CERIA; STUBBS, 2006).

A variação do modelo de otimização convexo desenvolvida por Soyster (1973) envolve a determinação de desigualdades flexíveis no sentido de incorporarem, individualmente, variações nos valores dos parâmetros de entrada como forma de contornar a incerteza quando da determinação destes parâmetros.

O modelo base de otimização convexa, de caráter linear, empregado por Soyster (1973) pode ser descrito como uma função objetivo de maximização de um conjunto de parâmetros ponderada por um custo associado a cada parâmetro,

$$\max_x c^T x,$$

limitado por restrições associadas a cada combinação específica de parâmetros escolhidos,

$$Ax \leq b,$$

além de uma restrição que garanta variáveis não negativas,

$$x \geq 0.$$

Soyster (1973) acrescenta robustez a esse problema clássico ao permitir que os valores da matriz A não sejam determinísticos, mas sim variáveis livres (a) dentro de intervalos determinados (ρ), na forma $K_j = \{a \in R^m | \|a - a_j\| \leq \rho_j\}$.

Assim, a solução do problema original requer a solução de múltiplos problemas intermediários para a determinação do cenário extremo para cada fator da matriz de restrições. Por fim, Soyster (1973) acrescenta que no caso de o conjunto dos elementos K_j serem representados por n-esferas, a solução de cada subproblema de minimização e a consequente determinação do vetor de restrições é simples. Em outras palavras, quando todo o conjunto de elementos apresenta uma mesma direção, o pior cenário para o sistema como um todo consiste na seleção do pior cenário para cada variável individualmente. Portanto, a adoção de robustez a esse problema de otimização consiste em substituir a restrição dos parâmetros a uma restrição da forma

$$x_1(a_1 + \rho_1 e) + x_2(a_2 + \rho_2 e) + \dots + x_n(a_n + \rho_n e) \leq b,$$

na qual e representa o vetor unitário de dimensão equivalente à dimensão do sistema.

Um problema clássico de otimização robusta apresenta portanto é uma composição de dois problemas, um de maximização e outro de minimização, inserido em uma das restrições do problema inicial. Esse problema apresenta uma resolução mais complexa do que um problema tradicional, mas no caso particular da determinação de uma matriz energética algumas características desse modelo podem ser simplificadas. Partindo do problema clássico de média-variância, agora com adição de robustez,

$$\begin{aligned} & \min_w w^T \Sigma w \\ & s. a. \left(\max_w w_1(c_1 + \rho_1) + w_2(c_2 + \rho_2) \dots + w_n(c_n + \rho_n) \right) \leq b, \end{aligned}$$

onde b é o custo máximo permitido para a matriz e ρ_i assume todos os valores pertencentes à banda simétrica de variação do custo associado à tecnologia de geração i , podemos assumir que nesse problema tanto o vetor de pesos w quanto o vetor de custos c possuem somente valores positivos entre seus elementos, e que o valor do intervalo simétrico de variação nunca supera o valor do custo médio c correspondente. Essa suposição é válida para portfólios de energia, nos quais nem uma alocação negativa nem um custo negativo fazem sentido para nenhuma tecnologia de geração. Assim, é garantido que todos os elementos que compõem a soma da restrição do modelo são positivos e, conseqüentemente, que o pior cenário será sempre aquele no qual ρ_i assume o maior valor permitido para a banda de variação.

Portanto, o modelo robusto, no caso específico de determinação de um portfólio, pode ser definido como

$$\begin{aligned} & \min_w w^T \Sigma w \\ & s. a. \quad c^T w + s^T y \leq b \\ & \quad -y_i \leq w_i \leq y_i, \forall i \in I \\ & \quad y_i \geq 0, \forall i \in I \end{aligned}$$

onde s representa o vetor com os maiores valores do intervalo simétrico de variação permitida ao custo de cada elemento, e y é o vetor variável auxiliar que garante a penalização do custo quanto maior for a alocação de um determinado elemento no portfólio. Essa abordagem baseia-

se na formulação de Quaranta e Zaffaroni (2008), que exploram o modelo proposto por Soyster (1973), e o simplificam, como apresentado acima, novamente a um modelo linear.

Desta forma, o modelo de otimização robusta pode ser visto como uma alternativa para mitigar falhas do modelo clássico de média variância apontadas por Michaud (1989) como a característica de maximização de erros. Portfólios de media variância tendem a privilegiar os elementos de maior retorno ou menor risco da amostra. Mas como todos os parâmetros inseridos em um modelo estão sujeitos a erros de estimação, pode-se inferir que a determinação do portfólio ótimo vai privilegiar os elementos com maiores erros de estimação. O modelo robusto pode ser visto como capaz de mitigar esse tipo de erro, ao permitir um intervalo de valores para cada parâmetro e consequentemente mitigar a seleção de elementos com os maiores erros de estimação.

Este problema proposto por Soyster (1973) pode ser resolvido com baixo requerimento computacional, mas os resultados obtidos podem ser considerados conservadores por assumirem simultaneamente o pior cenário para todas as variáveis individualmente, segundo Quaranta e Zaffaroni (2008). Como não existe uma probabilidade associada a cada banda de intervalos para os valores médios dos retornos, um modelo robusto determina a solução ótima para o pior cenário de cada variável, o que resulta em uma solução conservadora e pouco aderente a realidade na maioria dos casos.

Além disso, este tipo de formulação não considera mudanças na interação entre as variáveis do problema, o que pode acabar por alterar a solução final. Ao inserir robustez, da forma como apresentado, em um problema de media-variância, apesar do ganho de liberdade por parte dos parâmetros, o que é feito no sentido de mitigar erros de estimação, a matriz de covariâncias permanece inalterada. Como a decisão pelo portfólio ótimo depende da relação risco-retorno esperada para o mesmo, e o risco é calculado com base na matriz de covariâncias, o não-impacto de possíveis variações nas restrições associadas a cada variável do sistema na matriz de covariâncias acaba por prejudicar a estimativa de risco.

Portanto, apesar das diversas vantagens do modelo de otimização robusta sobre o modelo de média variância tradicional, o modelo robusto não ajusta a matriz de covariâncias ao permitir uma banda de variação para cada parâmetro do modelo, o que pode resultar em outras distorções entre a solução fornecida e o portfólio ótimo real para o problema proposto. A Seção 2.5 do presente trabalho descreve um modelo de determinação de portfólios ótimos

capaz de incorporar robustez, ou diferentes cenários, e ao mesmo tempo ajustar a matriz de covariâncias do sistema.

2.5. O MODELO DE BLACK-LITTERMAN

Como já explicitado, o modelo robusto permite a sensibilização dos parâmetros de entrada para mitigar erros de estimação, mas não permite a incorporação de diferentes cenários dentro de uma mesma formulação. Para esse fim, foi proposto por Black e Litterman (1992) uma derivação do modelo de média-variância capaz de incorporar diversos cenários em um mesmo modelo, sem a necessidade da adição de novas restrições que representem cada cenário.

Para elaborar este modelo, Black e Litterman (1992) utilizam-se do conceito de eficiência de mercado, que se refere à forma e velocidade com que a informação é incorporada na determinação e ajuste de um portfólio de ativos. A eficiência de um determinado mercado pode ser classificada de acordo com três hipóteses: a fraca, a semiforte e a forte. Na hipótese fraca, a determinação de um portfólio é baseada em toda a informação histórica publicamente disponível para cada ativo do sistema. A hipótese semiforte mantém verdadeira toda a suposição feita para a hipótese fraca, e assume também que os preços de cada elemento são corrigidos instantaneamente em função de novas informações públicas. Por fim, a hipótese forte mantém verdadeira toda a suposição feita para a hipótese semiforte e adiciona que o valor dos ativos também é corrigido instantaneamente com base em informações não públicas.

O modelo de Black-Litterman assume uma hipótese semiforte de eficiência de mercado e, com base nisso, admite que o portfólio médio apresentado pelo mercado pertence à fronteira eficiente do sistema. Essa suposição permite determinar a matriz de retornos esperados para os elementos do sistema (R) através da Equação 9 com base no portfólio de mercado (w), na matriz de covariâncias (Σ) entre os retornos esperados para os diversos elementos do sistema e no fator de aversão ao risco para o mercado em questão (k).

$$R = k\Sigma w \quad (9)$$

Após determinado o retorno médio para os elementos do sistema através de valores observados no mercado, o sistema pode ser calibrado através da criação de cenários específicos, que impactam tanto a expectativa de retorno quanto o risco associado a esse retorno, diferentemente do modelo de otimização robusta descrito na Seção 2.4, no qual não é realizado qualquer ajuste na matriz de covariâncias.

Os cenários a serem incorporados pelo modelo de Black-Litterman podem decorrer tanto de vieses absolutos, nos quais um determinado elemento terá seu retorno penalizado ou bonificado com relação a todos os demais elementos do sistema, quanto de vieses relativos, nos quais dois ou mais elementos do sistema terão seus retornos alterados de forma compensada. Ao determinar um viés relativo, a expectativa de retorno global do portfólio se mantém idêntica, mas um subconjunto desse portfólio é penalizado ao passo em que outro subconjunto é bonificado de forma equivalente. O viés absoluto pode ser interpretado como uma informação ou possibilidade específica a respeito do elemento correspondente, enquanto que o viés relativo se refere a vantagens ou desvantagens observadas entre dos subconjuntos do sistema.

Dada a quantidade de vieses a serem incorporados ao sistema (m) e a quantidade de elementos avaliados (n), para incorporar esses vieses é necessário definir uma matriz P de dimensão $v \times n$ que informa o tipo de viés dado ao problema, seja ele relativo, no qual a soma da linha correspondente da matriz P deve resultar em zero, ou absoluto, no qual a soma da linha deve resultar em um.

Define-se também a variação esperada no retorno de cada elemento para cada viés dado. Para isso, define-se um vetor λ de dimensão k com as diferenças entre os retornos do viés dado e o valor médio de mercado determinado anteriormente.

É necessário, por fim, estabelecer uma matriz diagonal Ω de dimensão $k \times k$ que comporte a informação de variância entre os cenários base e os vieses criados.

Assim, o retorno esperado para o sistema após a consideração das distorções causadas pelos vieses inseridos ao modelo pode ser expresso conforme a Equação 10, na qual R representa o retorno inicial dos elementos do sistema e τ representa a incerteza do viés dado com relação ao cenário inicial. Essa equação deriva da teoria bayesiana, e assume normalidade para as distribuições de retorno utilizadas no sistema.

$$\hat{R} = R + \tau \Sigma P^T [(P \tau \Sigma P^T) + \Omega]^{-1} [\lambda - PR] \quad (10)$$

Walters (2011) demonstra que é possível eliminar o fator de incerteza τ do cálculo do retorno ajustado e restringi-lo ao ajuste da variância do sistema em um caso particular de determinação da matriz Ω . Walters (2011) também apresenta a dedução bayesiana utilizada para que o retorno possa ser ajustado como apresentado na Equação 10. Ambas essas informações estão documentadas no Apêndice A.

De forma análoga, a variância do sistema (V) é ajustada pela Equação 11 em função do conjunto de vieses determinado. Esse ajuste garante que os impactos nos retornos dos diferentes ativos não só afetem os demais retornos com base na correlação entre as variabilidades das expectativas, o que já seria um ganho com relação aos modelos apresentados neste trabalho, como também ajuste o risco de portfólios resultantes desse novo conjunto de parâmetros de entrada. Novamente, Walters (2011) apresenta a dedução desse ajuste dado à matriz de covariâncias, da forma como documentado no Apêndice A.

$$\hat{\Sigma} = \tau \Sigma - \tau \Sigma P^T [(P \tau \Sigma P^T) + \Omega]^{-1} P \tau \Sigma \quad (11)$$

Finalmente, após a determinação do vetor de retornos ajustados e da matriz de covariância ajustada, o portfólio ótimo pode ser obtido através da Equação 12, análoga à Equação 6 pertencente à formulação do modelo clássico de média-variância, que considera as informações de retorno, risco, e o coeficiente de aversão ao risco desejado.

$$\max \hat{R} - k \hat{\Sigma} \quad (12)$$

Entre as possíveis limitações desse modelo, pode-se ressaltar que resultado desse tipo de abordagem, assim como o dos outros modelos descritos neste trabalho, é um único portfólio para cada valor de aversão a risco, dentre um universo de combinações possíveis, muitas delas possivelmente próximas à solução fornecida. Como consequência, Cheung (2009) resalta que a esparsidade da matriz pode prejudicar a análise de sistemas com elevada quantidade de elementos. Como a determinação de um sistema eficiente de geração elétrica depende de um conjunto reduzido de elementos, as diferentes tecnologias de geração, essa limitação característica de modelos de média-variância e derivados não gera um impacto considerável na determinação da matriz de geração elétrica proposta por este trabalho. Esse modelo assume também condições de normalidade e linearidade (CHEUNG, 2009) e permite criar vieses absolutos, sobre o retorno do próprio elemento, e relativos, entre dois elementos especificados.

Para ilustrar a aplicação deste modelo, parte-se do mesmo exemplo dado na Seção 2.3, no qual foi elaborado um sistema de três ativos teóricos, denominados A, B e C. As informações de risco e retorno são as mesmas das apresentadas na Tabela 1 e a correlação entre esses ativos e a matriz de covariância também permanecem inalteradas, seguindo as Tabelas 2 e 3 respectivamente. A diferença é que, com base nas características do modelo de Black-Litterman, é possível criar um viés que modifica as informações iniciais.

Partindo da matriz ótima apresentada para um fator de aversão ao risco $k=50$, no qual o vetor alocação é dado por $w = \{w_A; w_B; w_C\} = \{0\%; 50\%; 50\%\}$, alteramos a informação retorno do ativo A de 0,6 para 1,2, conforme a Tabela 4, criando um viés absoluto.

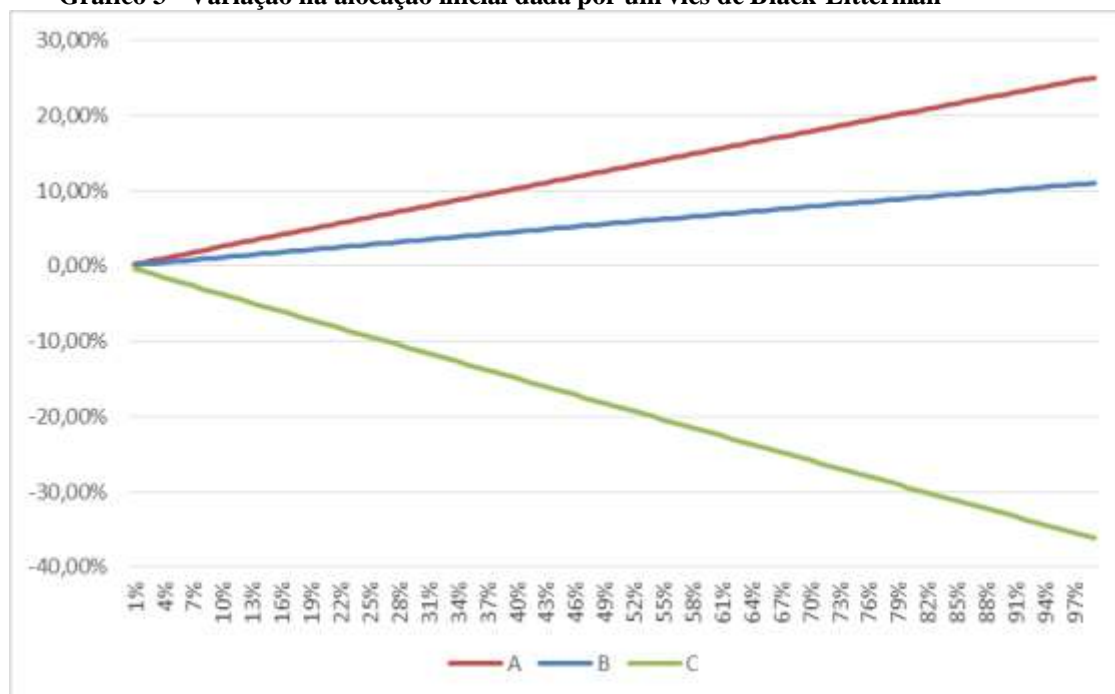
Tabela 4 - Retorno enviesado e risco de um universo teórico de ativos

Ativo	Retorno	Desvio Padrão
A	1,20	0,04
B	1,80	0,15
C	0,80	0,05

Fonte: Elaboração própria.

Uma das vantagens do modelo de Black-Litterman consiste no fato de o portfólio ótimo com esse viés não ser determinado através do cálculo de um novo modelo, mas sim do ajuste do modelo atual através de um parâmetro de confiança (τ) a ser variado, sendo $\tau = 0\%$ um cenário que não considera o viés e $\tau = 100\%$ um cenário que considera somente o viés dado. O Gráfico 3 apresenta as variações da nova matriz ótima com relação a matriz inicial em função da confiança τ dada ao viés criado.

Gráfico 3 - Variação na alocação inicial dada por um viés de Black-Litterman



Fonte: Elaboração própria.

A partir do Gráfico 3 é possível observar que o Ativo A, o menos rentável no cenário base, vai ganhando alocação no portfólio à medida em que a confiança no viés dado aumenta,

e ao mesmo tempo o ativo C, que antes era o segundo mais rentável e agora passa a ser o menos rentável do universo de análise, vai perdendo espaço.

2.6. CUSTO NIVELADO DE ENERGIA

Ao estabelecer como o escopo do problema da geração de energia todo o sistema nacional, é necessário definir como objetivo não o estabelecimento de um monopólio que busque o maior retorno pelo investimento feito, mas sim a garantia do suprimento total da demanda em todos o intervalo de tempo analisados.

A construção de um portfólio de retorno ótimo a partir da projeção dos preços de contratos a vista e de longo prazo pode ser interessante para uma única unidade geradora que não seja suficientemente grande para alterar o valor de mercado da energia, mas para alcançar o objetivo de definir um plano para todo o sistema nacional, é necessário trabalhar com o custo dessa geração.

O Custo Nivelado de Energia (LCOE), também conhecido na literatura como *Levelized Bus Bar Cost*, é uma metodologia utilizada para obter um custo médio de geração de energia ao longo do ciclo de vida de uma unidade geradora, a fim de permitir a comparação entre diversas tecnologias de geração. O LCOE é definido como a relação entre o custo financeiro e a capacidade de geração médios de uma unidade geradora ao longo de seu ciclo de vida.

Nessa metodologia, como descrita por Marrero e Ramos-Real (2010), o custo médio de produção de uma determinada unidade geradora (CM) é determinado pela razão entre o fluxo dos custos totais incorridos pela unidade geradora (CT) e a geração elétrica da mesma (X) ao longo de seu ciclo de vida, em termos do período t , que vai desde o instante de início da construção da unidade geradora e até o fim do ciclo de vida da mesma (N), ajustados pela taxa de desconto r , conforme apresentado na Equação 13.

$$CM = \frac{\sum_{t=1}^N (1/(1+r)^t) CT_t}{\sum_{t=1}^N (1/(1+r)^t) X_t} \quad (13)$$

Os custos totais incorridos são divididos em três grupos: os custos de investimento (CI), os custos de combustível (CC), os custos de operação e manutenção (CO). Outras formas de custo, como custos de emissão ou de interrupção, também podem ser inseridas no custo total.

Os custos de investimento, que são incorridos durante a fase de construção da planta, devem ser definidos com base em um custo total de construção, C_{constr} , ponderado por pesos W_k

para cada intervalo anual k de tempo T , sendo $k = 1, 2, \dots, T$, e ajustado por um custo de capital. Na Equação 14, esse custo total de construção é então igualado a um custo anual de investimento I ajustado pelo mesmo custo de capital r .

$$C_{constr} \sum_{k=1}^T W_k (1+r)^{T-(k-1)} = \frac{I(1+r)}{r} \frac{(1+r)^n - 1}{(1+r)^n} \quad (14)$$

A partir da Equação 15, é possível reorganizar os termos para encontrar o custo anual de investimento I em função dos custos de construção de cada período.

$$I = \frac{C_{constr} r (1+r)^{n-1}}{(1+r)^n - 1} \sum_{k=1}^T W_k (1+r)^{T-(k-1)} \quad (15)$$

Por fim, o custo de investimento, definido pela relação entre o custo anual de investimento e energia gerada, pode ser determinado a partir da capacidade de geração, C_{ger} , da usina, da quantidade de horas em um ano e do já definido custo anual de investimento, como segue na Equação 16.

$$CI = \frac{I}{24 \times 365 \times C_{ger}} \quad (16)$$

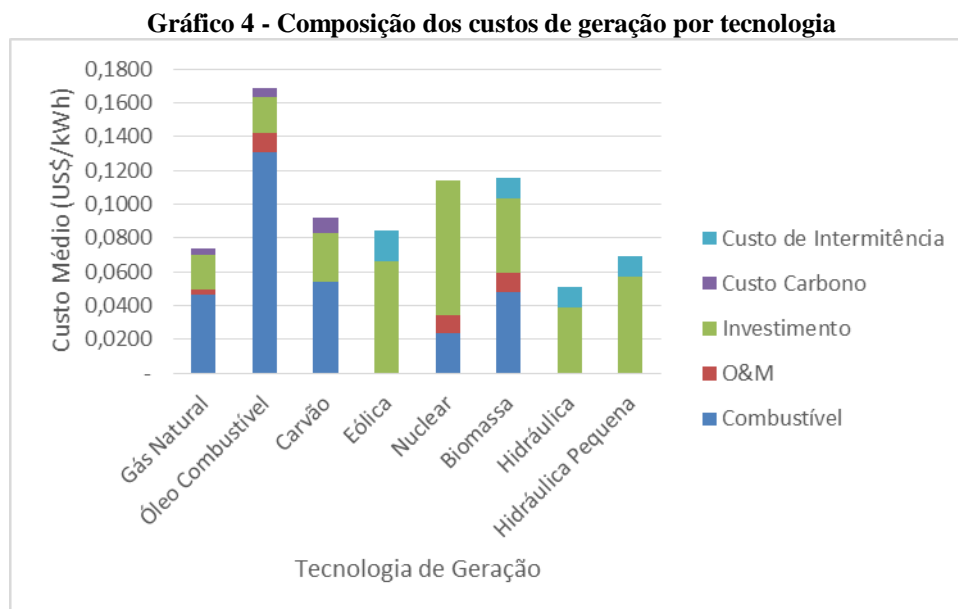
O custo de combustível, por sua vez, é calculado com base no custo total de aquisição por potencial energético C_{aq} do combustível, na taxa de crescimento desse custo ao longo dos anos, G_{aq} , e no coeficiente de eficiência da usina, η , um número real compreendido entre $[0,1]$. Esse custo está definido na Equação 17.

$$CC = \frac{C_{aq}}{\eta} \frac{\sum_{n=1}^N \frac{(1+G_{aq})^n}{(1+r)^n}}{\sum_{n=1}^N \frac{1}{(1+r)^n}} \quad (17)$$

Finalmente, de forma similar ao custo de combustível, o custo de operação e manutenção é definido tendo como parâmetros o custo inicial de manutenção do combustível, C_{om} , e a taxa de crescimento desse combustível ao longo do ciclo de vida da usina, G_{om} , como descrito na Equação 18.

$$CO = C_{om} \frac{\sum_{n=1}^N \frac{(1+G_{om})^n}{(1+r)^n}}{\sum_{n=1}^N \frac{1}{(1+r)^n}} \quad (18)$$

Após uma simulação de Monte-Carlo, apresentada mais a diante dentro deste mesmo trabalho, foram estabelecidas as participações dos diversos tipos de custo na composição total dos custos de geração de cada tecnologia, como apresentado no Gráfico 4.



Fonte: Elaboração própria.

Feretic e Tomsic (2005) fornecem uma formulação alternativa para a determinação do LCOE de uma tecnologia de geração elétrica. Para isso, determinam o custo de construção ou investimento de uma unidade como distribuído ao longo do ciclo de vida da unidade, adotando uma perspectiva de financiamento da construção, o que faz sentido ao analisar a construção de uma unidade como forma de investimento. Uma vez que o presente trabalho aborda a determinação da matriz ótima do ponto de vista governamental, buscando o menor custo, é mais adequado a adoção de um fluxo de caixa determinado com base no período real de construção das usinas e instalações.

3. MODELOS PROPOSTOS

Nesta seção, é detalhada a metodologia empregada neste trabalho para a determinação de matrizes ótimas de geração de energia. Inicialmente, são calculados os custos e os riscos associados a cada tecnologia de geração. Em seguida, a interação entre as variações dos custos das diversas tecnologias de geração é estudada. Por fim, são elaborados os modelos utilizados neste trabalho.

3.1.CUSTOS ASSOCIADOS A CADA TECNOLOGIA

Como abordado na Seção 2, a metodologia LCOE é a mais utilizada pela literatura para determinar os custos de geração em termos unitários, através da relação entre um dimensional monetário e um dimensional de energia, por exemplo real por quilowatt-hora (R\$/kWh). Esses custos de geração são incorridos por cada unidade geradora, geralmente empresas de capital fechado. Assim, a falta de transparência de dados não permite uma precisão grande o suficiente para a determinação dos custos de produção incorridos por cada tecnologia geradora. Os órgãos reguladores apresentam informações estruturadas sobre os preços de mercado, mas tendo em vista que o objetivo deste trabalho consiste em obter uma matriz ótima de geração elétrica em termos de custo de geração, é necessário definir uma metodologia capaz de estimar essa informação.

Assim, a metodologia LCOE parte de um conjunto de parâmetros que compõem todos os custos incorridos por uma unidade geradora ao longo de seu ciclo de vida. Cada um desses custos é expresso por uma distribuição de probabilidades, geralmente uniforme ou triangular, e a composição desses custos resulta no custo da unidade geradora. Como o cálculo é feito ao longo de diversos períodos de tempo, o custo médio segue a mesma lógica de um conjunto de fluxos de caixa que são trazidos a valor presente a partir de uma determinada taxa de desconto.

Os parâmetros de entrada são funções de probabilidade que fornecem valores esperados para os diversos custos incorridos por uma unidade geradora, como os custos de construção, custos de operação e manutenção e custos de aquisição de combustível, e para fatores diversos, como os fatores de capacidade e de eficiência na conversão energética.

Como os parâmetros de entrada são determinados a partir de distribuições de probabilidade independentes, a determinação da distribuição resultante da composição dessas distribuições de probabilidade seria de elevada complexidade. Assim, diversos autores, como Awerbuch e Berger (2003), Marrero e Ramos-Real (2010), e Losekann et al. (2013), utilizam

simulações de Monte-Carlo para gerar um número suficientemente grande de custos médios, e assim estabelecer valores estimados de custo médio e variância para cada tecnologia de geração.

Neste trabalho, o cálculo de LCOE segue a formulação descrita por Marrero e Ramos-Real (2010), na qual os custos de geração são subdivididos em custo de investimento, custo de combustível e custo de operação e manutenção. Nesta formulação, cada um destes três custos é determinado de forma independente dos demais. Por fim, são dadas penalidades às tecnologias em decorrência da emissão de gases poluentes ou da intermitência inerente à geração, mas esses dois componentes são penalizados de forma direta, sem a necessidade da elaboração de um fluxo de caixa como no caso dos demais.

Considerando um fator r de desconto ao longo do tempo, uma tecnologia de geração com vida útil de N anos, com um fator de capacidade λ e que requer um investimento total i de investimento, distribuídos ao longo dos T anos de construção conforme o vetor P que compreende a proporção do investimento total incorrida em cada ano de construção, sendo que $\sum_{t=1}^T P_t = 1$, o custo total de investimento I da mesma pode ser determinado através da Equação 19.

$$I = \frac{i}{\lambda} \frac{r(1+r)^{N-1}}{(1+r)^N - 1} \sum_{t=1}^T P_t (1+r)^{T-(t-1)} \quad (19)$$

Ainda com base na metodologia de Marrero e Ramos-Real (2010), o custo total de aquisição de combustível C pode ser determinado, como apresentado na Equação 20, através do preço c do combustível no mercado, da expectativa linear \hat{c} de variação desse preço ao longo da vida útil da unidade geradora e da eficiência η de conversão do combustível em energia elétrica.

$$C = \frac{c}{\eta} \frac{\sum_{n=1}^N (1+\hat{c})^n / (1+r)^n}{\sum_{n=1}^N 1 / (1+r)^n} \quad (20)$$

De forma análoga à do cálculo do custo total de aquisição de combustível, o custo total de operação e manutenção M da unidade geradora pode ser calculado através do custo atual m de operação e manutenção, ajustada pela expectativa linear \hat{m} de variação desse custo ao longo do ciclo de vida da unidade geradora, conforme apresentado na Equação 21.

$$M = m \frac{\sum_{n=1}^N (1+\hat{m})^n / (1+r)^n}{\sum_{n=1}^N 1 / (1+r)^n} \quad (21)$$

Marrero e Ramos-Real (2010), que desenvolvem a formulação na qual este trabalho baseia-se com base no trabalho de Feretic e Tomsic (2005), definem uma taxa de variação temporal para o custo de operação e manutenção, mas não separam esses custos em uma parte fixa e outra variável, como o autor original o faz.

Outro ponto no qual a formulação de Marrero e Ramos-Real (2010) difere da proposta por Feretic e Tomsic (2005), este já mencionado anteriormente, refere-se à determinação dos custos do investimento realizado. Para Marrero e Ramos-Real (2010), esses custos são incorridos durante a construção da planta, o que deixa implícito que o financiamento da planta foi realizado com capital próprio, enquanto que o cálculo descrito por Feretic e Tomsic (2005) considera uma taxa de financiamento pela qual os primeiros anos da vida útil da usina são descontados, o que implica em financiamento por meio do capital de terceiros, tomado como empréstimo.

3.2.RISCOS ASSOCIADOS A CADA TECNOLOGIA

O risco de cada energia, estimado através do desvio-padrão dos custos anuais de geração, pode ser dividido em quatro componentes (AWERBUCH; YANG, 2007). São eles: riscos de construção, de combustível, de operação e manutenção (O&M) e de emissão.

Os riscos de construção, associados somente aos novos empreendimentos, aumentam quanto maior a complexidade e o tempo de construção de uma nova usina. Os riscos de combustível foram estimados com base na razão anual entre o valor pago e o volume comprado de combustível para evitar distorções causadas por sazonalidade. Os riscos de combustível, por natureza, não se aplicam a tecnologias de geração renováveis. Os riscos de O&M são de difícil estimação.

A grande parte das empresas de geração no Brasil e no mundo são de capital fechado, portanto a divulgação de dados internos não é obrigatória. Além disso, as métricas utilizadas pelas empresas podem diferir entre si, o que prejudica uma análise comparativa. Assim, a determinação destes parâmetros é feita com base em relatórios de mercado, dados de empresas ou organizações que respondem pelo setor como um todo, como o Ministério de Minas e Energia brasileiro, ou com base na opinião de especialistas do setor.

Para este trabalho, serão usadas as informações de risco como definidas por Awerbuch e Yang (2007), que apresentam informações de correlação para cada componente de custos.

Este trabalho adota como premissa a não existência de interação entre as variações dos custos de dois componentes distintos, o que permite, como consequência, a determinação da matriz de covariâncias do custo total de geração energética como a composição aritmética das diferentes matrizes de covariâncias, após cálculo destas através da matriz de correlação e dos riscos dos componentes referidos.

3.3. FORMULAÇÃO DOS MODELOS

Neste segmento do trabalho são definidas as formulações de diferentes modelos de otimização com o objetivo de determinar a matriz de geração elétrica ótima em cenários de crise, com base na literatura revista na Seção 2 sobre modelos de média-variância clássicos, modelos de otimização robusta e de modelos de Black-Litterman.

3.3.1. MÉDIA-VARIÂNCIA

O modelo de média-variância, proposto inicialmente como forma de determinação de portfólios ótimos por Markowitz (1952), é adaptado por diversos autores para determinar o portfólio de geração energética de menor custo, entre eles Awerbuch e Berger (2003), Marrero e Ramos-Real (2010) e Losekann et al. (2013).

Em sua formulação clássica, o modelo de média-variância busca determinar o portfólio com o máximo valor de retorno para uma carteira de ativos financeiros penalizado pelo risco associado a esses ativos. Ao substituir o problema inicial pelo problema de determinação da melhor matriz elétrica, está sendo adotada uma perspectiva mais abrangente do que a de um investidor ou empresa de geração. Está sendo adotada a perspectiva de um governo, interessado na minimização do custo total de geração da energia elétrica. Assim, o problema de média-variância adaptado a um sistema de geração de energia elétrica deve ter como objetivo a determinação do portfólio com o mínimo valor de custo para um conjunto de tecnologias de geração acrescido do risco associado a essas tecnologias.

Assim, a função objetivo de um modelo clássico de média variância, expressa pela Equação 6, é adaptada para o contexto de determinação de um portfólio de geração elétrica através da Equação 22, uma função objetivo com sentido de minimização composta pelo custo total (R) de geração do portfólio acrescido do risco (V) associado a variação desse custo ajustado por um fator (k) de aversão ao risco.

$$\min_w r^T w + k(w^T \Sigma w) \quad (22)$$

O custo total (R) desse sistema, expresso na Equação 23, é calculado através da mesma formulação que é empregada no modelo clássico, na Equação 1, para a determinação dos retornos, como a ponderação do vetor de custos (r) associados a cada tecnologia pela alocação (w) destas no portfólio.

$$R = r^T w \quad (23)$$

De forma análoga ao custo total, o risco total do sistema (V), expresso na Equação 24, também segue o racional empregado no modelo clássico, conforme a Equação 2, sendo calculado com base no vetor de alocações (w) do portfólio e na matriz de covariância (Σ) entre as diversas tecnologias geradoras inseridas no modelo.

$$V = w^T \Sigma w \quad (24)$$

A esta formulação é acrescida uma restrição, expressa na Equação 25, para limitar a alocação dada às diferentes tecnologias geradoras a valores não negativos, uma vez que posições vendidas são uma realidade na determinação de uma carteira de ativos financeiros, mas não fazem sentido quando da determinação de um portfólio para ativos físicos.

$$w \geq 0 \quad (25)$$

A Equação 26 contém a última restrição deste modelo, a imposição de um portfólio totalmente alocado através da soma do produto do vetor de alocação por um vetor de uns (e). Isto é necessário para garantir que toda a demanda por energia em um determinado período seja atendida pela matriz elétrica construída através deste portfólio.

$$w^T e = 1 \quad (26)$$

Nesse modelo, a solução ótima é determinada para diferentes valores do fator de aversão ao risco representado pelo parâmetro k . Quando atribuído a esse parâmetro o valor mínimo permitido (zero), a resolução do sistema define o cenário de menor risco possível, enquanto que quando atribuído ao parâmetro o valor máximo permitido (infinito, ou um número suficientemente grande), a resolução do sistema define o cenário de menor custo possível.

Assim, a formulação completa do modelo de média-variância estabelecido fica

$$\min_w r^T w + k(w^T \Sigma w)$$

$$\text{s. a. } w^T e = 1$$

$$w \geq 0,$$

em um sistema capaz de incorporar tanto os custos quanto o risco da matriz energética em uma mesma ferramenta de apoio à decisão.

3.3.2. ABORDAGEM ROBUSTA

Como o objetivo do presente trabalho consiste na determinação de matrizes elétrica ótimas em cenários de crise, e o modelo determinado até o momento permite um único parâmetro de custo e um único parâmetro de risco associados a cada tecnologia de geração, a abordagem robusta foi selecionada para garantir a factibilidade do modelo no caso de uma subestimação dos custos médios de geração para as energias selecionadas e para permitir uma flexibilidade maior nos cenários representados por cada modelo definido.

O modelo robusto formulado no presente trabalho, derivado da modelagem descrita por Soyster (1973) e mais recentemente por Quaranta e Zaffaroni (2008), é descrito por uma função objetivo de minimização do risco do sistema de geração expresso através do vetor alocação (w) do portfólio e da matriz de covariâncias Σ correspondente ao sistema. Esse modelo incorpora também duas restrições de robustez que definem o pior cenário de custos para cada matriz selecionada, através do vetor com a banda de variação máxima permitida para cada tecnologia de geração (s) e de um vetor auxiliar (y) que garante que a banda máxima respeitará a alocação dada a cada componente do sistema.

$$\min_w w^T \Sigma w$$

$$\text{s.a. } c^T w + s^T y \leq b$$

$$-y_i \leq w_i \leq y_i, \forall i \in I$$

$$y_i \geq 0, \forall i \in I$$

A função objetivo tem o sentido de minimização, enquanto que a formulação clássica de Soyster (1973) adota uma função objetivo com sentido de maximização pelo mesmo motivo descrito na Seção 3.3.1, que é, resumidamente, o fato de o modelo clássico buscar um retorno para o portfólio, que deve ser maximizado, ao passo em que o presente estudo trabalha com os custos do sistema, e busca minimizá-los.

O caso aqui descrito não é a formulação clássica do modelo robusto, caracterizada por um sub problema de otimização dentro de uma das restrições do modelo inicial, mas sim um caso particular encontrado em situações nas quais a solução do subproblema é trivial e invariável com relação ao problema que a contém, como apresentado por Soyster (1973) e por Quaranta e Zaffaroni (2008).

Para contextualizar a forma como as bandas de variação dos custos médios são criadas, é necessário incorporar nesse modelo noções de como os custos de geração de energia são compostos, e como entender quais seriam as principais consequências e impacto nesses custos decorrente de uma crise energética.

A metodologia LCOE, como descrita por Marrero e Ramos-Real (2010) considera todos os custos de geração como variáveis em função da energia produzida. Essa simplificação foi feita uma vez que não gera perdas expressivas na aderência com a realidade no caso da simulação de um cenário padrão de geração de energia e evita a complexidade de estabelecer diferentes tamanhos para cada unidade geradora e associar variáveis inteiras referentes à quantidade de usinas em operação em um determinado instante quando da determinação da matriz ótima de geração.

Apesar de essa simplificação ser válida em cenários normais de geração, ao simular o impacto no custo causado por um choque de oferta em uma determinada tecnologia geradora pode-se incorrer em distorções em função da indistinção entre os custos fixos relacionados a instalação e manutenção da unidade e os custos variáveis, associados a operação e ao consumo de combustível.

Assim, o custo total de geração de energia, estimado pelo Custo Nivelado de Energia (LCOE), deve ser desmembrado em componentes de investimento, operação e manutenção, combustível e outros custos, e somente aqueles incorridos independentemente da quantidade de energia gerada em um determinado ano, como o custo de investimento, devem ser sensibilizados em um cenário de estresse de oferta.

Dessa forma, o cálculo do LCOE deve garantir não só o estabelecimento de um valor médio de geração para cada tecnologia, como também elaborar intervalos com os melhores e piores casos, sendo que estes últimos podem ser selecionados e discriminados por fonte de custo para compor cenários de crise na geração de energia elétrica.

Concluindo, como a incerteza permeia os parâmetros de entrada adotados, e o modelo clássico de média-variância acaba por maximizar os efeitos dos erros destes parâmetros (MICHAUD, 1989) ao selecionar valores com as maiores distorções, uma solução mais conservadora pode ser necessária para garantir um sistema eficiente mesmo em cenários adversos. Essa necessidade é suprida pelo modelo de otimização robusta, uma vez que as bandas de variação permitem que esses valores

O modelo de otimização robusta e modelos clássicos de média variância podem ser utilizados para sistemas nos quais a variação dos parâmetros segue uma distribuição de probabilidade com um único pico, já que esse tipo de modelo assume normalidade e utiliza como dados de entrada o valor médio e o desvio padrão de cada distribuição. No caso do sistema elétrico brasileiro, boa parte da geração é realizada através de tecnologia hidráulica, cuja oferta de energia pode sofrer choques em função de fatores como o volume de chuvas, o que pode fazer com que os custos esperados de geração sejam melhor aproximados por uma distribuição de dois picos.

Portanto, a melhor forma de considerar choques de oferta na matriz de geração, com impactos nos custos de produção dos diversos tipos de geração, vem da aplicação de um modelo que permita a inserção de mais de um cenário por simulação, permitindo assim a definição de um portfólio ótimo híbrido para as situações de geração elétrica normal e de crise.

3.3.3. ABORDAGEM DE BLACK-LITTERMAN

O modelo de Black-Litterman permite a sensibilização de uma matriz ótima através da incorporação de cenários com uma confiança estabelecida. Esse modelo incorpora nas variações decorridas dos cenários as consequências das mudanças dos retornos esperados também na determinação do risco do sistema, o que o torna mais completo do que os modelos descritos anteriormente.

Para a estimação do retorno de mercado dos elementos do sistema, Black e Litterman (1992) consideram, adotando uma premissa de eficiência semiforte, que os portfólios refletem toda a informação publicamente disponível e são instantaneamente ajustados em decorrência do aparecimento de novas informações. Ao adaptar o modelo ao sistema de geração elétrico, é possível manter a primeira afirmação da premissa, a de que o mercado incorpora toda a informação publicamente disponível. Em contrapartida, não é possível afirmar que a matriz de geração elétrica se ajusta instantaneamente em função de novas informações, uma vez que

inúmeros fatores, como o tempo de planejamento e construção, questões legais e burocráticas e a coordenação entre os agentes do sistema impedem a resposta instantânea a mudanças nos custos associados a cada tecnologia. Portanto, a premissa a ser utilizada para a determinação da matriz ótima de geração elétrica é uma premissa de mercado com eficiência fraca.

Dessa forma, a elaboração dos custos de mercado deste modelo não pode refletir a formulação clássica, uma vez que o mercado não reflete instantaneamente as variações nos custos de cada elemento. Portanto, a estimação dos custos de geração associados a cada tecnologia é realizada, alternativamente, através da metodologia LCOE.

Os demais elementos do modelo Black-Litterman seguem os mesmos conceitos da formulação clássica. Essa formulação foi apresentada na Seção 2.5 e deduzida no Apêndice A.

O retorno ajustado \hat{R} é estabelecido conforme a Equação 27, na qual ao retorno inicial (R) é adicionado um ajuste que compreende a confiança τ nos cenários elaborados, a matriz inicial de covariâncias Σ , o vetor P que indica se um determinado cenário foi estabelecido em termos absolutos ou relativos, a matriz de covariâncias do cenário criado com relação ao modelo base Ω , e a matriz de variações esperadas para o retorno nos cenários elaborados λ .

$$\hat{R} = R + \tau \Sigma P^T [(P \tau \Sigma P^T) + \Omega]^{-1} [\lambda - PR] \quad (27)$$

A variância ajustada $\hat{\Sigma}$ do sistema, por sua vez, é determinada com base na variância inicial Σ e em outros parâmetros já descritos anteriormente, conforme apresentado na Equação 28.

$$\hat{\Sigma} = \tau \Sigma - \tau \Sigma P^T [(P \tau \Sigma P^T) + \Omega]^{-1} P \tau \Sigma \quad (28)$$

A matriz de impacto das variâncias Ω é inferida e calculada com base em outros parâmetros do modelo, conforme proposto por Walters (2011), e o parâmetro de confiança τ pode ser sensibilizado na determinação da matriz ótima.

4. RESULTADOS

Após revisão da literatura para determinação das formulações de problemas de otimização com maior aderência às características do setor de geração de energia elétrica, são calculadas nesta seção matrizes e fronteiras de matrizes que se adequem aos cenários propostos, tanto em situações convencionais quanto em situações de crise. São também fornecidas possíveis explicações e discutidas interpretações para os motivos de opção por matrizes com características distintas.

4.1. DETERMINAÇÃO DOS CUSTOS DE GERAÇÃO

Com base em dados da *International Energy Agency – IEA*, da *The Royal Academy of Engineering* de Londres e com dados do MME e da EPE, Losekann et al. (2013) determina nas Tabelas 5 e 6 os parâmetros necessários para calcular o custo médio de geração de energia elétrica de diferentes tecnologias através da metodologia LCOE para o cenário brasileiro.

Tabela 5 - Parâmetros para o cálculo de custos de geração no Brasil para tecnologias fósseis e para a tecnologia eólica

Parâmetro	Unidade		Valor	Gás Natural	Deriv. Petróleo	Carvão	Eólica
Vida Útil	N	Ano	-	20	20	20	20
Período de Construção	T	Ano	-	3	3	4	1
Cronograma de Construção	P _t	%	Ano 1	30	30	25	100
			Ano 2	40	40	25	0
			Ano 3	30	30	25	0
			Ano 4	0	0	25	0
			Ano 5	0	0	0	0
			Ano 6	0	0	0	0
Custo de Investimento	i	US\$/kW	Mínimo	873	1.067	1.304	1.579
			Moda	1.200	1.200	1.600	2.000
			Máximo	1.473	1.373	1.837	2.368
Custo de Aquisição de Combustível	c	US\$/GJ	-	6	14	5	0
Custo de Operação e Manutenção	m	US\$/MWh	Mínimo	2	10	0	0
			Máximo	4	12	0	0
Variação no Custo de Aquisição de Combustível	\hat{c}	% a.a.	Mínimo	1	1	1	1
			Máximo	3	3	3	3
Variação no Custo de Operação e Manutenção	\hat{m}	% a.a.	Mínimo	0	0	0	0
			Máximo	0	0	0	0
Fator de Capacidade	λ	%	Mínimo	80	80	80	36
			Moda	85	85	85	40
			Máximo	90	90	90	44
Fator de Eficiência	η	%	Mínimo	50	40	36	0
			Moda	55	45	38	0
			Máximo	57	50	40	0
Emissão de CO ₂ Equivalente	-	tCO ₂ /MWh	Mínimo	0	1	1	0
			Máximo	0	1	1	0
Custo de intermitência	-	US\$/MWh	Mínimo	0	0	0	15
			Máximo	0	0	0	20
Fator de Desconto	r	%	-	10	10	10	10

Fonte: Losekann et al. (2013)

Tabela 6 - Parâmetros para o cálculo de custos de geração no Brasil para tecnologias renováveis exceto a eólica

Parâmetro	Unidade		Valor	Nuclear	Biomassa	Hidráulica	Hidráulica Pequena
Vida Útil	N	Ano	-	20	20	35	35
Período de Construção	T	Ano	-	6	3	4	1
Cronograma de Construção	P _t	%	Ano 1	10	30	25	100
			Ano 2	20	40	25	0
			Ano 3	20	30	25	0
			Ano 4	20	0	25	0
			Ano 5	20	0	0	0
			Ano 6	10	0	0	0
Custo de Investimento	i	US\$/kW	Mínimo	3.672	1.303	1.181	2.264
			Moda	4.000	1.400	1.350	2.400
			Máximo	4.525	1.690	1.688	2.536
Custo de Aquisição de Combustível	c	US\$/GJ	-	2	3	0	0
Custo de Operação e Manutenção	m	US\$/MWh	Mínimo	10	10	0	0
			Máximo	12	12	0	0
Variação no Custo de Aquisição de Combustível	% a.a.		Mínimo	1	1	1	1
			Máximo	3	3	3	3
Variação no Custo de Operação e Manutenção	% a.a.		Mínimo	0	0	0	0
			Máximo	0	0	0	0
Fator de Capacidade	λ	%	Mínimo	85	47	45	44
			Moda	87	50	50	50
			Máximo	92	51	55	56
Fator de Eficiência	η	%	Mínimo	33	23	0	0
			Moda	34	25	0	0
			Máximo	36	28	0	0
Emissão de CO₂ Equivalente	-	tCO ₂ /MWh	Mínimo	0	0	0	0
			Máximo	0	0	0	0
Custo de intermitência	-	US\$/MWh	Mínimo	0	10	10	10
			Máximo	0	15	15	15
Fator de Desconto	r	%	-	10	10	10	10

Fonte: Losekann et al. (2013)

De posse dessas informações, é aplicada a metodologia LCOE descrita na Seção 3 e derivada do trabalho de Marrero e Ramos-Real (2010) através de um experimento de Monte Carlo, ou seja, através da simulação de valores aleatórios que respeitem as distribuições de probabilidade associadas a cada parâmetro, para gerar cinco mil valores de custo de geração para cada tecnologia geradora. O resultado desse experimento de Monte Carlo está resumido nas Tabelas 7, 8 e 9.

A Tabela 7 apresenta os custos correspondentes ao percentil 5% da amostra, ou seja, o 250º menor valor da amostra de cinco mil dados. Esse cenário corresponde ao menor custo esperado para cada tecnologia de geração.

Tabela 7 - Custos mínimos de geração elétrica por tecnologia para o cenário brasileiro, em US\$/kWh

Tecnologia	Gás Natural	Óleo Combustível	Carvão	Eólica	Nuclear	Biomassa	Hidráulica	Hidráulica Pequena
LCOE	0,0686	0,1551	0,0866	0,0740	0,1077	0,1090	0,0455	0,0640
Combustível	0,0429	0,1180	0,0499	-	0,0215	0,0436	-	-
O&M	0,0021	0,0101	-	-	0,0101	0,0101	-	-
Investimento	0,0169	0,0192	0,0253	0,0567	0,0738	0,0401	0,0336	0,0521
Custo Carbono	0,0040	0,0050	0,0088	-	-	-	-	-
Custo de Intermittência	-	-	-	0,0153	-	0,0103	0,0102	0,0103

Fonte: Elaboração própria.

A Tabela 8 apresenta os custos correspondentes aos valores médios de geração dado pelo experimento.

Tabela 8 - Custos médios de geração elétrica por tecnologia para o cenário brasileiro, em US\$/kWh

Tecnologia	Gás Natural	Óleo Combustível	Carvão	Eólica	Nuclear	Biomassa	Hidráulica	Hidráulica Pequena
LCOE	0,0742	0,1686	0,0923	0,0841	0,1137	0,1156	0,0512	0,0695
Combustível	0,0468	0,1312	0,0543	-	0,0233	0,0482	-	-
O&M	0,0028	0,0110	-	-	0,0110	0,0110	-	-
Investimento	0,0205	0,0211	0,0289	0,0666	0,0795	0,0439	0,0387	0,0570
Custo Carbono	0,0041	0,0053	0,0091	-	-	-	-	-
Custo de Intermittência	-	-	-	0,0175	-	0,0125	0,0125	0,0125

Fonte: Elaboração própria.

Por fim, a Tabela 9 apresenta os custos correspondentes ao percentil 95% da amostra, ou seja, o 250º maior valor da amostra de cinco mil dados. Esse cenário corresponde ao maior custo esperado para cada tecnologia de geração.

Tabela 9 - Custos máximos de geração elétrica por tecnologia para o cenário brasileiro, em US\$/kWh

Tecnologia	Gás Natural	Óleo Combustível	Carvão	Eólica	Nuclear	Biomassa	Hidráulica	Hidráulica Pequena
LCOE	0,0797	0,1833	0,0981	0,0944	0,1204	0,1225	0,0576	0,0754
Combustível	0,0510	0,1456	0,0589	-	0,0252	0,0531	-	-
O&M	0,0034	0,0119	-	-	0,0119	0,0119	-	-
Investimento	0,0241	0,0232	0,0324	0,0767	0,0858	0,0487	0,0446	0,0624
Custo Carbono	0,0042	0,0056	0,0093	-	-	-	-	-
Custo de Intermittência	-	-	-	0,0198	-	0,0148	0,0148	0,0148

Fonte: Elaboração própria.

Os histogramas dos custos de geração obtidos através dessa simulação de Monte-Carlo e correspondentes a cada uma das tecnologias geradoras encontram-se no Apêndice B.

4.2. DETERMINAÇÃO DOS RISCOS DE GERAÇÃO

A segunda característica de um sistema utilizada em um modelo de média variância diz respeito ao risco do portfólio obtido. Esses riscos podem ser quantificados como a variação esperada para os valores de custo de cada tecnologia, medida em desvios padrão percentuais (AWERBUCH; YANG, 2007).

Embora o risco seja entendido como uma medida de variabilidade da expectativa de custo determinada para cada tecnologia de geração, a determinação dos riscos associados a cada parâmetro do componente de custo torna a estimativa mais precisa e aderente à realidade do que o estabelecimento de um risco agregado para cada portfólio, e permite também uma calibragem mais precisa de cenários. A Tabela 10 apresenta uma estimativa de risco para cada componente do custo de geração, expressa em desvios padrão da estimativa de custo.

Para efeito de consideração dos riscos associados a variações do custo de emissão, foi definida uma tecnologia teórica denominada emissão que simula os riscos de variações no preço de combustível associados ao custo de carbono equivalente. Essa tecnologia teórica não possui

uma informação de custo, assumido zero, e não é considerada na determinação da alocação total do portfólio. Ela é criada única e exclusivamente para diferenciar o risco de emissão dos riscos inerentes ao custo de aquisição do combustível associado a cada tecnologia.

Tabela 10 - Risco de geração expressos em desvios padrão percentual do custo

Tecnologia	Construção	Combustível	O&M
Gás Natural	0,1500	0,1900	0,1050
Deriv. Petróleo	0,2300	0,2500	0,2420
Carvão	0,2300	0,1400	0,0540
Eólica	0,0500	-	0,0800
Nuclear	0,2300	0,2400	0,0550
Biomassa	0,2000	0,1800	0,1080
Hidráulica	0,3800	-	0,1530
PCH	0,1000	-	0,1530
Emissão	-	0,2600	-

Fonte: Awerbuch e Yang (2007).

O risco de construção ou investimento de uma unidade geradora varia com relação ao tempo total e com a complexidade dessa construção, além de diferirem significativamente de uma tecnologia para outra (AWERBUCH; YANG, 2007). Como as tendências de variação desse tipo de custo seguem parâmetros distintos, o presente trabalho adotou como premissa que as variações dos custos de construção das diversas tecnologias de geração podem ser analisadas de forma independente umas das outras e, conseqüentemente, a matriz de correlação entre esses custos é a matriz identidade.

Awerbuch e Yang (2007) estimam a correlação entre os custos de aquisição de combustível, apresentada na Tabela 11, através das variações anuais de preço dos mesmos, a fim de eliminar da análise possíveis distorções causadas por sazonalidade. A variação dos custos de emissão para as tecnologias fósseis, expressos em custo de carbono equivalente é realizada, como já explicado, de forma isolada aos demais elementos. Um ponto a se destacar nessa matriz refere-se à correlação entre o custo de combustível do carvão e o custo de emissão

dessa tecnologia, de valor negativo, o que é explicado pelo fato de um choque positivo no preço do carvão desloca a matriz e provoca um aumento no consumo de gás natural, que emite menos CO₂ em seu consumo (AWERBUCH; YANG, 2007).

Tabela 11 - Matriz de correlação entre os custos de aquisição de combustível

Tecnologia	Gás Natural	Deriv. Petróleo	Carvão	Eólica	Nuclear	Biomassa	Hidráulica	PCH	Emissão
Gás Natural	1,0000	0,4900	0,4700	-	0,0600	-0,4400	-	-	0,6800
Deriv. Petróleo	0,4900	1,0000	0,2700	-	0,0800	-0,1700	-	-	0,1900
Carvão	0,4700	0,2700	1,0000	-	0,1200	-0,3800	-	-	-0,4900
Eólica	-	-	-	1,0000	-	-	-	-	-
Nuclear	0,0600	0,0800	0,1200	-	1,0000	-0,2200	-	-	-
Biomassa	-0,4400	-0,1700	-0,3800	-	-0,2200	1,0000	-	-	-
Hidráulica	-	-	-	-	-	-	1,0000	-	-
PCH	-	-	-	-	-	-	-	1,0000	-
Emissão	0,6800	0,1900	-0,4900	-	-	-	-	-	1,0000

Fonte: Awerbuch e Yang (2007).

A correlação da variação dos custos de operação e manutenção das diversas tecnologias geradoras é de difícil estimativa novamente pois a melhor fonte de informação possível, os registros corporativos, nem sempre estão disponíveis, e existe sempre a possibilidade de indicadores serem manipulados ou corrigidos para atender algum fim como o cumprimento de metas (AWERBUCH; YANG, 2007). Assim, os dados aqui apresentados para estes parâmetros são genéricos e possivelmente refletem um valor médio de diversos mercados.

Tabela 12 - Matriz de correlação entre os custos de operação e manutenção

Tecnologia	Gás Natural	Deriv. Petróleo	Carvão	Eólica	Nuclear	Biomassa	Hidráulica	PCH	Emissão
Gás Natural	1,0000	0,0900	0,2500	-	0,2400	0,3200	-0,0400	-0,0400	-
Deriv. Petróleo	0,0900	1,0000	-0,1800	-0,5800	-0,1700	0,0100	-0,2700	-0,2700	-
Carvão	0,2500	-0,1800	1,0000	-0,2200	-	0,1800	0,0300	0,0300	-
Eólica	-	-0,5800	-0,2200	1,0000	-0,0700	-0,1800	0,2900	0,2900	-
Nuclear	0,2400	-0,1700	-	-0,0700	1,0000	0,6500	-0,4100	-0,4100	-
Biomassa	0,3200	0,0100	0,1800	-0,1800	0,6500	1,0000	-0,1800	-0,1800	-
Hidráulica	-0,0400	-0,2700	0,0300	0,2900	-0,4100	-0,1800	1,0000	1,0000	-
PCH	-0,0400	-0,2700	0,0300	0,2900	-0,4100	-0,1800	1,0000	1,0000	-
Emissão	-	-	-	-	-	-	-	-	1,0000

Fonte: Awerbuch e Yang (2007).

Com base nas informações de correlação entre os diversos componentes de custo e com base no risco associado a cada um desses componentes de custo para cada tecnologia geradora apresentados nas Tabelas de 10 a 12, é possível determinar a matriz de covariância entre esses custos como composta pelo produto do resultado do produto entre os riscos de duas tecnologias, expressos ambos em desvios padrão, pela correlação entre essas duas tecnologias, conforme descrito nas Equações 3 e 4. Esse cálculo resulta em uma matriz de covariância entre as diversas tecnologias estudadas para cada componente de custo, mas por ser somente uma etapa numérica e que não gera nenhuma análise adicional, está apresentada no Apêndice C.

Finalmente, a matriz de covariância entre os custos totais dos elementos do sistema, apresentada na Tabela 13, é expressa como a soma de seus diversos componentes, apresentados no Apêndice C. São esses os valores agregados utilizados como parâmetro de entrada para a determinação do portfólio ótimo de geração através de um modelo de média-variância.

Tabela 13 - Matriz de covariância entre os custos de geração do sistema

Tecnologia	Gás Natural	Deriv. Petróleo	Carvão	Eólica	Nuclear	Biomassa	Hidráulica	PCH	Emissão
Gás Natural	0,0696	0,0256	0,0139	-	0,0041	-0,0114	-0,0006	-0,0006	0,0336
Deriv. Petróleo	0,0256	0,1740	0,0071	-0,0112	0,0025	-0,0074	-0,0100	-0,0100	0,0124
Carvão	0,0139	0,0071	0,0754	-0,0010	0,0040	-0,0085	0,0002	0,0002	-0,0178
Eólica	-	-0,0112	-0,0010	0,0089	-0,0003	-0,0016	0,0035	0,0035	-
Nuclear	0,0041	0,0025	0,0040	-0,0003	0,1135	-0,0056	-0,0035	-0,0035	-
Biomassa	-0,0114	-0,0074	-0,0085	-0,0016	-0,0056	0,0841	-0,0030	-0,0030	-
Hidráulica	-0,0006	-0,0100	0,0002	0,0035	-0,0035	-0,0030	0,1678	0,0234	-
PCH	-0,0006	-0,0100	0,0002	0,0035	-0,0035	-0,0030	0,0234	0,0334	-
Emissão	0,0336	0,0124	-0,0178	-	-	-	-	-	0,0676

Fonte: Elaboração própria, com base em Awerbuch e Yang (2007).

4.3. APLICAÇÃO DO MODELO DE MÉDIA-VARIÂNCIA

O cenário base para a determinação da matriz de geração elétrica ótima brasileira considerado neste trabalho segue a formulação apresentada na Seção 3.3.1, e utiliza como parâmetro de entrada os custos médios calculados para cada tecnologia de geração apresentados na Tabela 8 e a matriz de covariâncias entre os custos das diferentes tecnologias de geração apresentada na Tabela 13.

Comparativamente, foi determinada a matriz de referência do cenário brasileiro, através de dados divulgados pelo Plano Decenal de Expansão de Energia 2023 (EPE/MME, 2014b). Esse documento consolida as informações atuais da matriz de geração e traça um plano detalhado de evolução dessa matriz até o ano de 2023, como apresentado na Tabela 14. O plano define que em 2023 a matriz de geração brasileira terá 1,8% de sua geração garantida através de tecnologia solar, mas como o desenvolvimento dessa tecnologia como fonte robusta de geração ainda é incipiente e envolto em incertezas, não foi possível obter estimativas de custo e retorno para a tecnologia. Assim, este trabalho adota como premissa que a participação solar continuará pequena nos próximos anos, podendo ser desconsiderada dos cenários aqui criados.

A fonte de geração denominada Pequenas Centrais Hidrelétricas (PCH), também chamada de hidráulica pequena, corresponde a usinas hidrelétricas de pequeno porte, geralmente com um reservatório mínimo e que requerem uma área muito menor do que as usinas hidráulicas tradicionais para sua construção. Por outro lado, as PCHs sofrem mais do que as hidrelétricas de grande porte com relação à intermitência da geração.

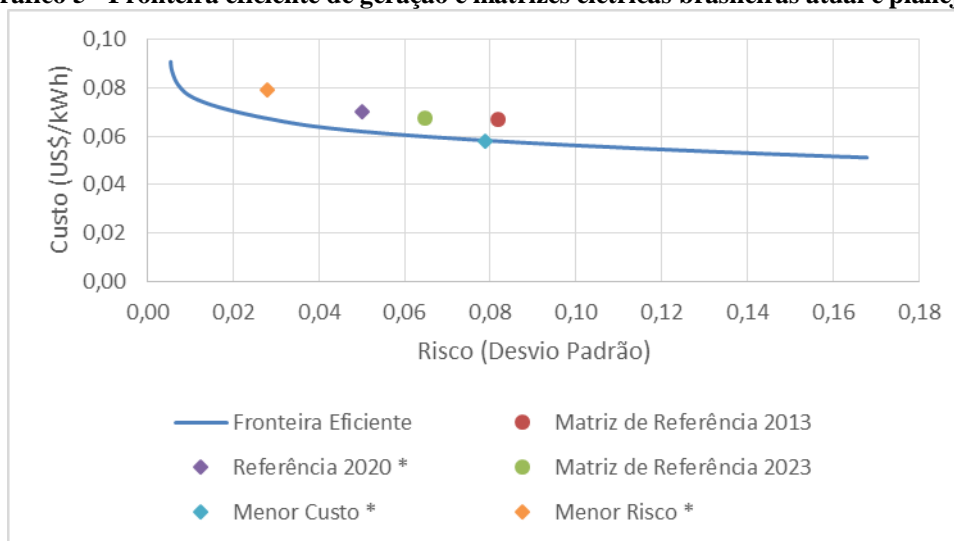
Tabela 14 - Portfólio de referência brasileiro em 2013 e 2023

Tecnologia	2013	%	2023	%
Hidráulica	79.913	64,0%	112.178	58,3%
Importação (Hidráulica)	6.120	4,9%	4.716	2,5%
PCH	5.308	4,3%	7.319	3,8%
Eólica	2.191	1,8%	22.439	11,7%
Biomassa	9.867	7,9%	13.983	7,3%
Solar	0	0,0%	3.500	0,0%
Nuclear	1.990	1,6%	3.395	1,8%
Gás Natural	10.666	8,5%	20.016	10,4%
Carvão	3.210	2,6%	3.210	1,7%
Derivados de Petróleo	5.531	4,4%	5.127	2,7%
Total	124.796	100,0%	195.883	100,0%

Fonte: EPE/MME (2014b)

Após a determinação da matriz ótima para diferentes valores de aversão ao risco, partindo de uma aversão ao risco nula, que resulta na matriz ótima considerando somente o custo total do sistema, até uma aversão ao risco infinita, que resulta em uma matriz que minimiza o risco total do sistema e desconsidera a variável custo, obtém-se, como apresentado no Gráfico 5, a fronteira eficiente de geração elétrica brasileira. Neste gráfico encontra-se também as matrizes definidas por Losekann et al. (2013) com base no portfólio de geração elétrica previsto para 2020, considerando um cenário equivalente ao do presente trabalho para a determinação dos custos de emissão.

Gráfico 5 - Fronteira eficiente de geração e matrizes elétricas brasileiras atual e planejada



Fonte: Elaboração própria.

A matriz elétrica atual encontra-se fora da fronteira eficiente de geração elétrica. Esse fato é até mesmo esperado, uma vez que a construção física desse sistema requer anos de planejamento, e não é possível redefinir e alterar as principais fontes de geração em curtos períodos de tempo. Além disso, as incertezas com relação ao cenário futuro impedem a determinação da matriz ótima para um determinado instante *a priori*.

Com relação às diferenças encontradas entre a matriz de geração atual, de 2013, e a matriz de geração planejada para 2023 pela EPE, podemos observar uma maior diversificação das fontes de geração. Em 2013, a geração hidráulica corresponde a 64% da geração elétrica nacional, e tecnologia de geração com a segunda maior representatividade é o gás natural, que corresponde a 8,5%. Em 2023, podemos observar uma redução na participação da tecnologia hidráulica para 58,3% ao passo em que duas tecnologias ultrapassam a marca de 10% de representatividade: gás natural, com 10,4% e eólica, com 11,7%.

4.4. APLICAÇÃO DO MODELO DE OTIMIZAÇÃO ROBUSTA

Como mencionado anteriormente, o modelo de média-variância é extensivamente utilizado tanto em meios acadêmicos quanto em meios práticos para a determinação de portfólios ótimos em diversos campos de estudo. Todavia, esse modelo torna-se limitado quando o objetivo da análise consiste em observar cenários específicos ou entender como a variação de determinados parâmetros pode afetar a decisão global.

Como o objetivo do presente estudo consiste na determinação de portfólios ótimos para cenários de crise, a aplicação do modelo de otimização robusta permite justamente uma

penalização do risco do portfólio diretamente no custo médio, e não somente a penalização do risco no custo total obtido. Assim, faz-se necessário o entendimento do comportamento dos diversos componentes de custo da metodologia LCOE em cenários de crise.

O custo de investimento ou construção, incorrido quando da instalação ou expansão de cada nova unidade geradora, é incorrido durante um período de um a seis anos, no caso brasileiro (LOSEKANN et al., 2013), enquanto que a vida útil de uma unidade geradora gira em torno de vinte anos, podendo chegar a até trinta e cinco anos no caso de geração hidráulica. Como uma crise, por definição, não é planejada nem considerada no dimensionamento tradicional desses sistemas, a capacidade instalada não é facilmente ajustada nessas situações. Neste trabalho, o modelo robusto incorpora essa informação ao aceitar uma banda de variação para o componente de investimento do custo total dado pelo LCOE que vai desde o valor médio apresentado na Tabela 8 até o valor máximo, apresentado na Tabela 9.

O custo de aquisição de combustível, por sua vez, depende diretamente do funcionamento de uma unidade geradora, e mesmo considerando que diferentes fontes de geração apresentam diferentes custos no caso de interrupção ou variação no ritmo de geração, não é possível penalizar esse tipo de custo em consequência de uma crise de geração energética.

Em seguida, temos os custos de operação e manutenção, que embora estudados como um único elemento por este trabalho e por outros da literatura, como Marrero e Ramos-Real (2010) e Losekann et al. (2013), é dividido em componentes fixos e variáveis em outras abordagens, como a de Feretic e Tomsic (2005). Neste estudo (FERETIC; TOMSIC, 2005), os custos da parcela variável superam os da parcela fixa na composição do custo total de geração de energia elétrica, e portanto o presente trabalho também não fornece uma banda de variação para os componentes de operação e manutenção na determinação do LCOE das diferentes tecnologias em cenários de crise.

Por fim, os custos de emissão também são desconsiderados desse cenário uma vez que estão associados ao consumo de combustível. Já os custos de intermitência, por penalizarem justamente os períodos de variação na capacidade de geração elétrica, são considerados na construção de um cenário de crise.

Assim, os custos estabelecidos para o melhor cenário do modelo robusto são os mesmos custos médios apresentados na Tabela 8. Os custos para o pior cenário, considerando uma crise sistêmica, ou seja, que afeta a todas as tecnologias de geração, está apresentado na Tabela 15,

enquanto que os custos do cenário no qual ocorra uma crise especificamente no setor hidráulico está apresentado na Tabela 16.

Tabela 15 - Custos máximos de geração em um cenário de crise sistêmica

Tecnologia	Gás Natural	Óleo Combustível	Carvão	Eólica	Nuclear	Biomassa	Hidráulica	Hidráulica Pequena
LCOE	0,0777	0,1706	0,0957	0,0965	0,1201	0,1226	0,0593	0,0772
Combustível	0,0468	0,1312	0,0543	-	0,0233	0,0482	-	-
O&M	0,0028	0,0110	-	-	0,0110	0,0110	-	-
Investimento	0,0241	0,0232	0,0324	0,0767	0,0858	0,0487	0,0446	0,0624
Custo Carbono	0,0041	0,0053	0,0091	-	-	-	-	-
Custo de Intermittência	-	-	-	0,0198	-	0,0148	0,0148	0,0148

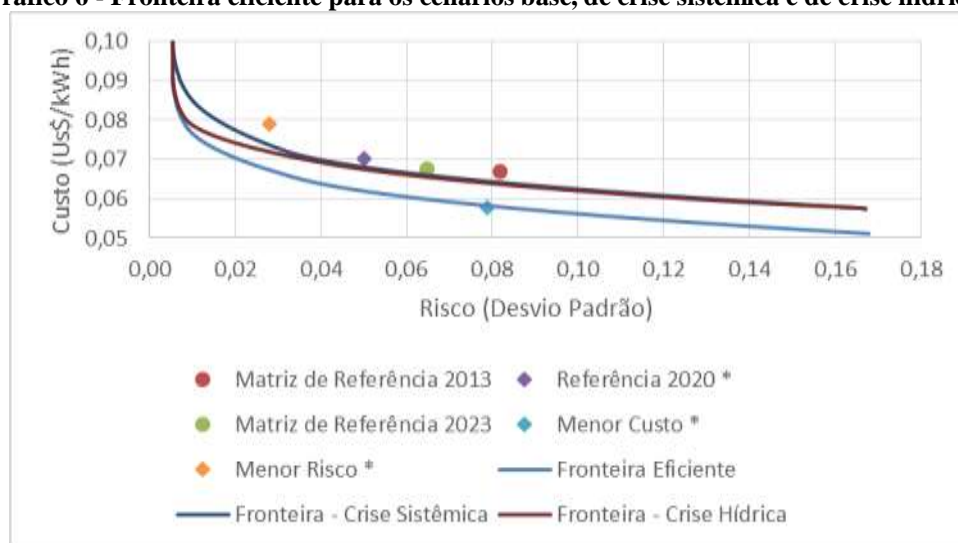
Fonte: Elaboração própria.

Tabela 16 - Custos máximos de geração em um cenário de crise de geração hidráulica

Tecnologia	Gás Natural	Óleo Combustível	Carvão	Eólica	Nuclear	Biomassa	Hidráulica	Hidráulica Pequena
LCOE	0,0742	0,1686	0,0923	0,0841	0,1137	0,1156	0,0593	0,0772
Combustível	0,0468	0,1312	0,0543	-	0,0233	0,0482	-	-
O&M	0,0028	0,0110	-	-	0,0110	0,0110	-	-
Investimento	0,0205	0,0211	0,0289	0,0666	0,0795	0,0439	0,0446	0,0624
Custo Carbono	0,0041	0,0053	0,0091	-	-	-	-	-
Custo de Intermittência	-	-	-	0,0175	-	0,0125	0,0148	0,0148

Fonte: Elaboração própria.

As fronteiras eficientes correspondentes a estes dois cenários, o de crise sistêmica e o de crise hídrica, após calculo realizado com os custos médios determinados e com a mesma matriz de covariâncias apresentada na Tabela 13 são apresentadas no Gráfico 6. Uma das principais limitações dessa análise consiste justamente no fato de que a matriz de covariâncias permanece inalterada à vista de diferentes cenários.

Gráfico 6 - Fronteira eficiente para os cenários base, de crise sistêmica e de crise hídrica

Fonte: Elaboração própria.

Através da comparação entre as fronteiras, é possível observar que os efeitos das crises sistêmica e hídrica na ponta de baixo custo da fronteira eficiente são similares, dada a grande alocação de tecnologias hidráulicas nesse segmento. Já para cenários de baixo risco, a matriz ótima prioriza outras fontes de geração que não as de origem hidráulica, e consequentemente, a fronteira eficiente de um cenário de crise hídrica aproxima-se da fronteira eficiente do cenário base, ao passo em que a fronteira eficiente de uma crise sistêmica continua penalizada independente da aversão ao risco escolhida.

4.5. APLICAÇÃO DO MODELO DE BLACK-LITTERMAN

Conforme estabelecido na Seção 3.3.3, é possível definir vieses capazes de modificar uma matriz ótima inicial sem a necessidade de mudanças bruscas nos parâmetros de entrada do modelo. Isso pode ser feito a partir do modelo proposto inicialmente por Black e Litterman (1992).

Para tanto, parte-se da fronteira eficiente determinada para o cenário base, e adota-se uma matriz de relação risco-custo intermediária com fator de aversão ao risco $k=0,37$, um cenário conservador em termos de risco. Essa matriz foi escolhida por encontrar-se próxima aos portfólios estudados, mas com uma penalização sobre o risco levemente superior aos valores médios, com o intuito de partir de uma solução conservadora. Essa matriz está descrita na Tabela 17.

Tabela 17 - Matriz ótima selecionada da fronteira eficiente do cenário base

Iteração	36,61
Fator de Aversão ao Risco	0,37
Valor Objetivo	0,0776
Alocação	100%
Custo	0,0681
Risco	0,0258
Risco Ajustado	0,0094
Gás Natural	8,8%
Deriv. Petróleo	0,0%
Carvão	0,0%
Eólica	14,5%
Nuclear	0,0%
Biomassa	0,0%
Hidráulica	21,1%
PCH	55,5%

Fonte: Elaboração própria.

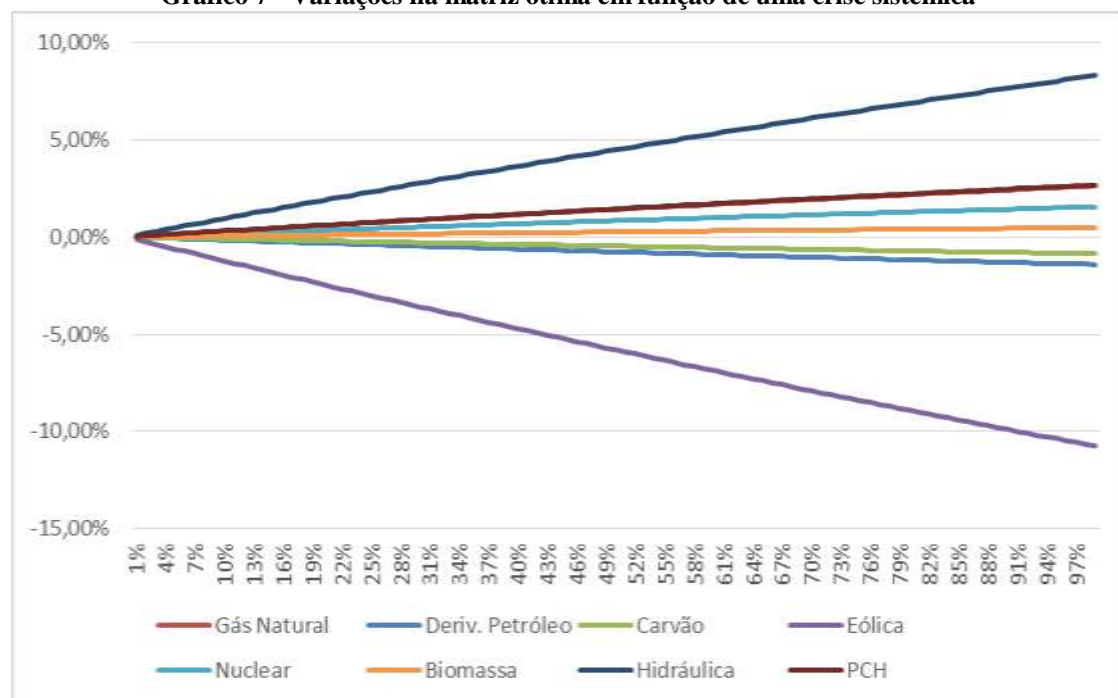
Ao considerar o cenário de uma crise sistêmica, na qual, para manter o mesmo racional aplicado ao modelo de otimização robusta na Seção 4.4, o viés dado foi o de aumentar os custos de todas as tecnologias conforme a proporção apresentada na Tabela 18.

Tabela 18 - Composição do viés de crise sistêmica estabelecido para o modelo de Black-Litterman

Tecnologia	Aumento Percentual do Custo
Gás Natural	4,8%
Deriv. Petróleo	1,2%
Carvão	3,7%
Eólica	14,8%
Nuclear	5,6%
Biomassa	6,1%
Hidráulica	15,9%
PCH	11,1%
Emissão	-

Fonte: Elaboração própria.

Criando um viés absoluto para cada um desses incrementos, ou seja, garantindo que todos os incrementos sejam dados com relação ao cenário base, obtemos no Gráfico 7 a variação na matriz ótima inicialmente estabelecida em função da confiança dada aos vieses criados.

Gráfico 7 - Variações na matriz ótima em função de uma crise sistêmica

Fonte: Elaboração própria.

Podemos observar que apesar da forte penalização em termos de custo, ambas as tecnologias de fonte hídrica ganham espaço na matriz ótima a medida em que o viés ganha espaço sobre o cenário inicial. Isso pode ser explicado pela proporcional redução da alocação em tecnologia eólica, e a necessidade de inserir na matriz uma tecnologia alternativa com baixo custo.

De forma alternativa, é possível elaborar um cenário de crise hídrica também aos moldes do estabelecido na Seção 4.4. Nesta situação, somente as tecnologias hidráulica e PHC tem seus custos afetados, e na proporção definida pela Tabela 19.

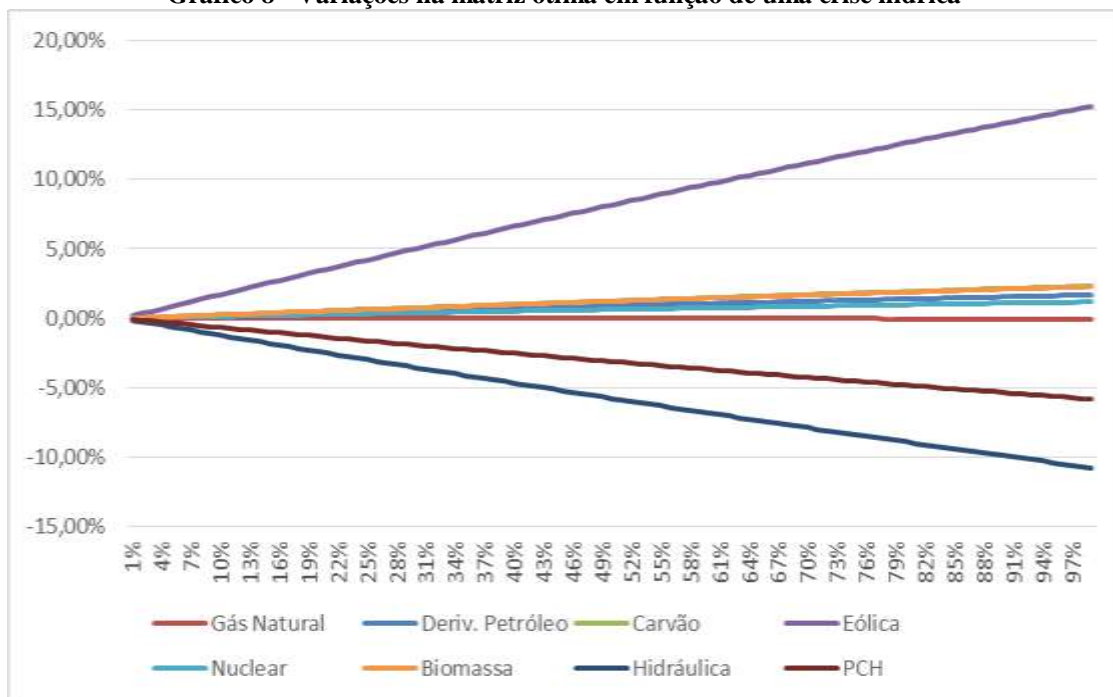
Tabela 19 - Composição do viés de crise hídrica estabelecido para o modelo de Black Litterman

Tecnologia	Aumento Percentual do Custo
Gás Natural	0%
Deriv. Petróleo	0%
Carvão	0%
Eólica	0%
Nuclear	0%
Biomassa	0%
Hidráulica	16%
PCH	11%
Emissão	-

Fonte: Elaboração própria.

O impacto no custo total é realizado somente sobre as tecnologias hídricas, mas o esperado é que esse viés afete também o risco total do sistema, e consequentemente gere impacto na alocação das demais tecnologias. Após definidos os vieses do cenário de crise hídrica, é possível calcular a recomendação de alteração na matriz ótima através do modelo de Black-Litterman conforme o Gráfico 8.

Gráfico 8 - Variações na matriz ótima em função de uma crise hídrica



Fonte: Elaboração própria.

Neste caso, confirma-se a informação intuitiva de que as alocações correspondentes às tecnologias hidráulica e de pequenas centrais hidrelétricas (PCH) são reduzidas a medida em que o viés ganha corpo na determinação do portfólio. No lugar destas, entra a tecnologia eólica, que apesar de intermitente, não sofre influência direta de uma crise hídrica e é capaz de manter a relação custo-retorno inicial. As alocações das demais tecnologias sofrem ajustes marginais em função da variação do risco total da matriz, mas suas participações no portfólio não mudam significativamente.

5. CONCLUSÕES

O presente trabalho tinha como objetivo a determinação de modelos de otimização capazes de encontrar uma matriz ótima de geração de energia em cenários de crise hídrica, tomando como base a teoria de portfólios. Esse objetivo foi cumprido, diversos modelos de otimização foram testados, e foi possível determinar um conjunto de matrizes ótimas para diferentes composições de custo e risco do sistema total, através dos modelos de média-variância, de otimização robusta e de Black-Litterman. Através dos modelos de otimização robusta e Black-Litterman foi possível determinar também as matrizes ótimas em cenários derivados do cenário base, como no caso de simulação de uma crise hídrica.

Como a determinação dos parâmetros de entrada é tão importante quanto a calibragem do modelo em si, este trabalho se propôs também a aplicar uma metodologia de estimação do custo médio de geração para cada tecnologia. Isso foi conseguido ao empregar a metodologia do Custo Nivelado de Energia. Apesar de esse cálculo prover mais segurança e confiabilidade ao resultado final, os tempos e custos utilizados no cálculo são estimados, variam ao longo do tempo, em função de particularidades de cada construção e muitos deles são incorridos por projeto, e não, como simplificado na metodologia, por unidade de energia gerada. Essas simplificações e a incerteza com relação ao desenvolvimento de novas tecnologias e melhorias incrementais nas tecnologias já existentes podem aumentar a imprecisão desses dados.

Sobre os modelos de otimização, foi visto neste trabalho que o modelo de média-variância é capaz de determinar uma fronteira eficiente dado um conjunto de parâmetros de entrada, mas não permite a criação de cenários de uma forma intuitiva. Assim, foi testado o modelo de otimização robusta, capaz de incorporar um intervalo de variação nos parâmetros de entrada, o que permitiu a simulação de cenários. Ainda assim, o modelo robusto se provou extremamente conservador ao forçar, simultaneamente, o cumprimento do pior caso para todas as variações elaboradas. Por fim, foi testado o modelo de Black-Litterman como forma de sensibilizar os resultados obtidos pelo modelo de média-variância. Esse modelo se provou uma boa forma de calibrar cenários diversos dentro de uma composição inicial, como no caso da incorporação de cenários de crise hídrica nos custos de geração das diversas tecnologias estudadas, uma vez que permite a determinação de um grau de confiança para a distorção causada pelo cenário elaborado na composição inicial do problema.

Sobre as limitações do emprego de modelos de otimização em si para determinar uma matriz ótima, este trabalho foi elaborado com o intuito de testar modelos de determinação de uma matriz de geração, um sistema já complexo por natureza. É importante lembrar que o conjunto completo no qual esse sistema está inserido envolve não só a geração como também a transmissão e a distribuição de energia elétrica aos consumidores finais. Um modelo que busca obter a matriz ótima observando somente os custos e riscos das diversas tecnologias de geração pode ser míope com relação a outros custos e riscos pertencentes ao conjunto todo, incorridos na transmissão ou na distribuição de energia.

Os modelos de otimização elaborados e descritos neste trabalho são capazes de determinar matrizes ótimas de geração e de simular cenários de crise, mas não levam em consideração questões relacionadas à localização e à viabilidade geográfica de instalação das matrizes determinadas. Entende-se, portanto, que esses modelos são capazes de encontrar soluções abrangentes e genéricas para um problema complexo como o da determinação de uma matriz energética, mas que mesmo após a medição, determinação e projeção cuidadosa dos dados de entrada, e a calibragem adequada do modelo e dos diversos cenários pertinentes, o resultado obtido pode ser considerado somente uma forma de apoio à decisão. Assim, a determinação exata de uma matriz de geração energética necessita também de estudos de viabilidade, da integração com as demais partes do sistema e da validação de especialistas familiarizados com as peculiaridades e limitações de cada tecnologia e as diversas geografias na qual uma unidade geradora possa vir a ser instalada.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AWERBUCH, S.; BERGER, M. Applying portfolio theory to EU electricity planning and policy-making. **IEA/EET working paper**, v. 3, n. February, p. 69, 2003.

AWERBUCH, S.; YANG, S. Efficient electricity generating portfolios for Europe: Maximising energy security and climate change mitigation. **European Investment Bank Papers**, v. 12, n. 2, p. 8–37, 2007.

BAR-LEV, D.; KATZ, S. A Portfolio Approach to Fossil Fuel Procurement in the Electric Utility Industry. **The Journal of Finance**, v. 31, n. 3, p. 933–947, 1976.

BLACK, F.; LITTERMAN, R. Global Portfolio Optimization. **Financial Analysts Journal**, v. 48, n. 5, p. 28–43, 1992.

CAMPBELL, J. Y.; VICEIRA, L. M.. **Strategic Asset Allocation: Portfolio Choice for Long-Term Investors**. United States: Oxford University Press, 2002. 257p.

CERIA, S.; STUBBS, R. A. Incorporating estimation errors into portfolio selection: Robust portfolio construction. **Journal of Asset Management**, v. 7, n. 2, p. 109–127, 2006.

CHEUNG, W. **The Black-Litterman Model Explained**. p. 1–19, 2009. Disponível em <<http://ssrn.com/abstract=1312664>>. Acesso em: 26 de set. 2015.

CHOPRA, V. K.; ZIEMBA, W. T. The Effect of Errors in Means, Variances, and Covariances on Optimal Portfolio Choice. **The Journal of Portfolio Management**, v. 19, n. 2, p. 6–11, 1993.

EPE/MME. **Plano Nacional de Energia 2030**. 2007.

EPE/MME. **Balanco Energético Nacional 2014**. p. 1–285, 2014a.

EPE/MME. **Plano Decenal de Expansão de Energia 2023**. 2014b.

FERETIC, D.; TOMSIC, Z. Probabilistic analysis of electrical energy costs comparing: Production costs for gas, coal and nuclear power plants. **Energy Policy**, v. 33, n. 1, p. 5–13, 2005.

JAGANNATHAN, R.; MA, T. Risk Reduction in Large Portfolios : Why Imposing the Wrong Constraints Helps. **National Bureau of Economic Research Working Paper**, v. 8922, 2002.

LOSEKANN, L.; MARRERO, G. A.; RAMOS-REAL, F. J.; ALMEIDA, E. L. F. DE. Efficient power generating portfolio in Brazil: Conciliating cost, emissions and risk. **Energy Policy**, v. 62, p. 301–314, 2013.

MARKOWITZ, H. Portfolio selection. **The journal of finance**, v. 7, n. 1, p. 77–91, 1952.

MARRERO, G. A.; PUCH, L. A.; RAMOS-REAL, F. J. Mean-variance portfolio

methods for energy policy risk management. **International Review of Economics and Finance**, 2013. Elsevier Inc.

MARRERO, G. A.; RAMOS-REAL, F. J. Electricity generation cost in isolated system: The complementarities of natural gas and renewables in the Canary Islands. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, v. 14, n. 9, p. 2808–2818, 2010.

MICHAUD, R. O. The Markowitz Optimization Enigma: Is “Optimized” Optimal? **Financial Analysts Journal**, 1989.

OPERADOR NACIONAL DO SISTEMA. **Histórico da Operação: Geração de energia**. Disponível em: < http://www.ons.org.br/historico/geracao_energia.aspx>. Acesso em: 26 de set. 2015

QUARANTA, A. G.; ZAFFARONI, A. Robust optimization of conditional value at risk and portfolio selection. **Journal of Banking and Finance**, v. 32, n. 10, p. 2046–2056, 2008.

SOYSTER, A. L. Convex Programming with Set-Inclusive Constraints and Applications to Inexact Linear Programming. **Operations Research**, v. 21, n. 5, p. 1154–1157, 1973.

WALTERS, J. The Black-Litterman model in detail. p. 1–65, 2007. Disponível em: <<http://www.blacklitterman.org/Black-Litterman.pdf>> Acesso em: 26 de set. 2015.

THE WORLD BANK. Data, Indicators, **Access to electricity (% of population)**, 2015. Disponível em: <<http://data.worldbank.org/indicator>>. Acesso em: 26 de set. 2015.

APÊNDICE A – DEMONSTRAÇÕES REFERENTES AO MODELO DE BLACK-LITTERMAN

O fator de confiança (τ), parâmetro que permite grande sensibilidade ao estabelecimento de cenários no modelo de Black-Litterman, pode ser eliminado do cálculo do retorno, dada uma configuração particular da matriz (Ω) de variação entre a estrutura original e os cenários criados (WALTERS, 2011).

Tomando como premissa uma matriz $\Omega = P(\tau\Sigma)P^T$, obtemos:

$$\begin{aligned}
 \hat{R} &= R + \tau\Sigma P^T [(P\tau\Sigma P^T) + \Omega]^{-1} [\lambda - PR^T] \\
 &= R + \tau\Sigma P^T [(P\tau\Sigma P^T) + P(\tau\Sigma)P^T]^{-1} [\lambda - PR^T] \\
 &= R + \tau\Sigma P^T [2(P\tau\Sigma P^T)]^{-1} [\lambda - PR^T] \\
 &= R + \left(\frac{1}{2}\right) \tau\Sigma P^T (P^T)^{-1} [(P\tau\Sigma)]^{-1} [\lambda - PR^T] \\
 &= R + \left(\frac{1}{2}\right) \tau\Sigma (\tau\Sigma)^{-1} P^{-1} [\lambda - PR^T] \\
 &= R + \left(\frac{1}{2}\right) P^{-1} [\lambda - PR^T] \\
 \hat{R} &= R + \left(\frac{1}{2}\right) [P^{-1}\lambda - R^T]
 \end{aligned}$$

Ainda com base no trabalho de Walters (2011), demonstra-se a origem bayesiana do modelo elaborado por Black e Litterman (1992), em uma demonstração matricial. Nesta demonstração, o retorno médio R é representado por uma expressão linear que compreende o retorno esperado β e o erro residual u , assumido normal e com média 0 e variância ϕ ,

$$R = x\beta + u.$$

De forma análoga, o viés a ser inserido no modelo apresenta retorno médio q , e erro residual v de média 0 e variância Ω ,

$$q = p\beta + v.$$

Assim, podemos combinar estas duas equações em

$$\begin{bmatrix} \Pi \\ q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ p \end{bmatrix} \beta + \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix},$$

e, após definir a expectativa de retorno dos resíduos como

$$E \left(\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u' & v' \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} \phi & 0 \\ 0 & \Omega \end{bmatrix}$$

podemos aplicar o método dos mínimos quadrados generalizados para estimar β como

$$\hat{\beta} = \left[\begin{bmatrix} x & p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi & 0 \\ 0 & \Omega \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} x' \\ p' \end{bmatrix} \right]^{-1} \begin{bmatrix} x' & p' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi & 0 \\ 0 & \Omega \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} R \\ q \end{bmatrix},$$

equação que, sem a notação matricial, pode ser escrita como

$$\hat{\beta} = [x\phi^{-1}x' + p\Omega^{-1}p']^{-1}[x'\phi^{-1}R + p'\Omega^{-1}q].$$

Em seguida, a formulação da variância ajustada também é obtida seguindo o mesmo raciocínio. Novamente, os valores de retorno e as expectativas de erro são substituídas na equação, para obtermos

$$\hat{\beta} = [x\phi^{-1}x' + p\Omega^{-1}p']^{-1}[x'\phi^{-1}(x\beta + u) + p'\Omega^{-1}(p\beta + v)],$$

o que pode ser simplificado para

$$\hat{\beta} = [x\phi^{-1}x' + p\Omega^{-1}p']^{-1}[x\beta\phi^{-1}x' + p'\Omega^{-1}p\beta + x\Phi^{-1}u + p\Omega^{-1}v], \text{ seguido de}$$

$$\hat{\beta} = \beta + [x\phi^{-1}x' + p\Omega^{-1}p']^{-1}[x\phi^{-1}u + x\Phi^{-1}], \text{ e por fim}$$

$$\hat{\beta} - \beta = [x\phi^{-1}x' + p\Omega^{-1}p']^{-1}[x\phi^{-1}u + x\Phi^{-1}].$$

Assim, encarando a variância da expectativa de retorno como $(\hat{\beta} - \beta)^2$ e notando que $E(uu') = \phi$, $E(vv') = \Omega$ e $E(uv') = 0$ uma vez que u e v são variáveis independentes, concluímos que

$$E((\hat{\beta} - \beta)^2) = ([x\phi^{-1}x' + p\Omega^{-1}p']^{-1}[x\phi^{-1}u + p\Phi^{-1}])^2,$$

e, após a abertura dos termos do quadrado e a substituição das expectativas dos erros,

$$E((\hat{\beta} - \beta)^2) = [x\phi^{-1}x^T + p\Omega^{-1}p^T]^{-2}[x\phi^{-1}\phi\phi^{-1}x^T + p\Phi^{-1}\Phi\Phi^{-1}p^T + 0 + 0], \text{ e}$$

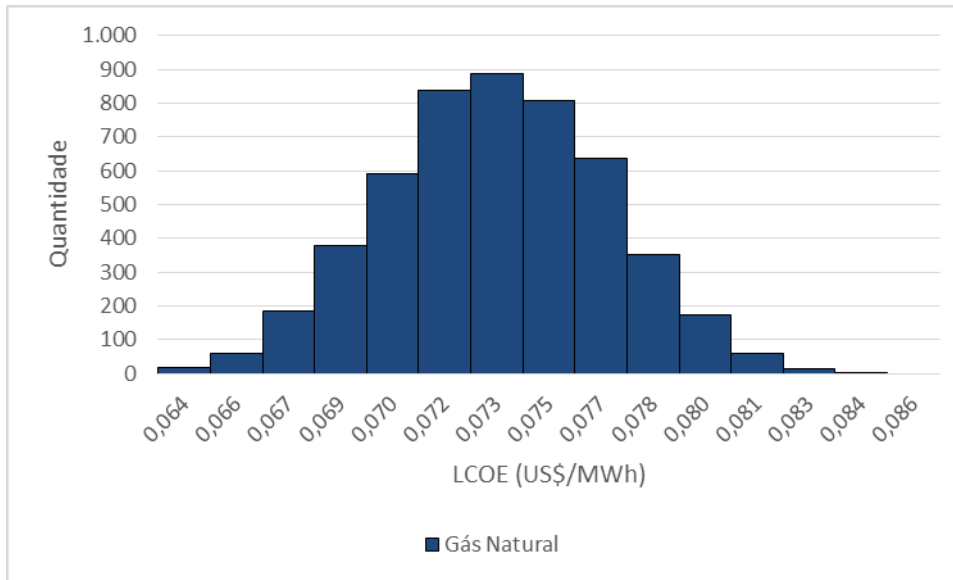
$$E((\hat{\beta} - \beta)^2) = [x\phi^{-1}x^T + p\Omega^{-1}p^T]^{-2}[x\phi^{-1}x^T + p\Phi^{-1}p^T].$$

Finalmente, como no modelo de Black-Litterman a matriz x é a matriz identidade e $\phi = \tau\Sigma$, podemos concluir que

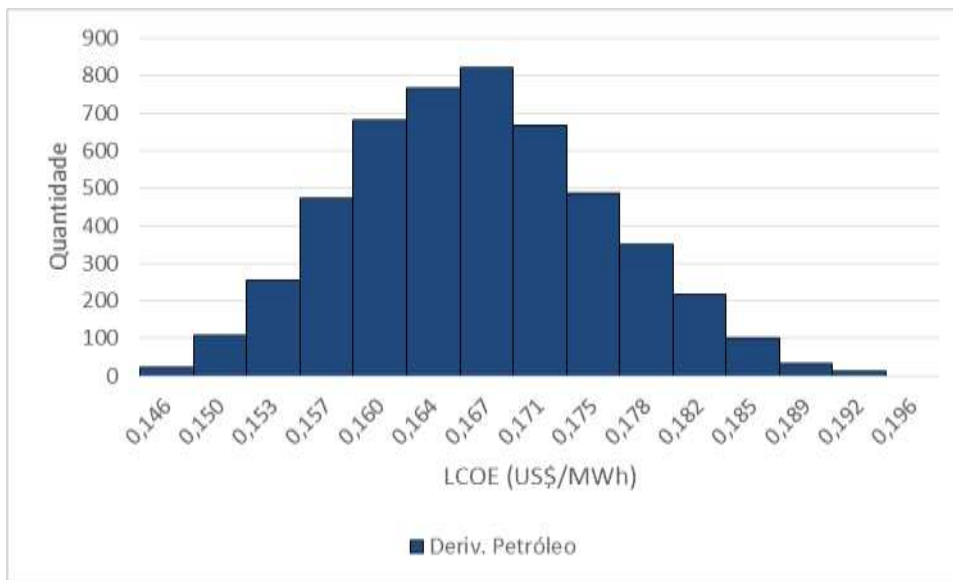
$$E((\hat{\beta} - \beta)^2) = [(\tau\Sigma)^{-1} + p\Omega^{-1}p^T]^{-1}.$$

APÊNDICE B – HISTOGRAMAS DOS CUSTOS MÉDIOS DE GERAÇÃO

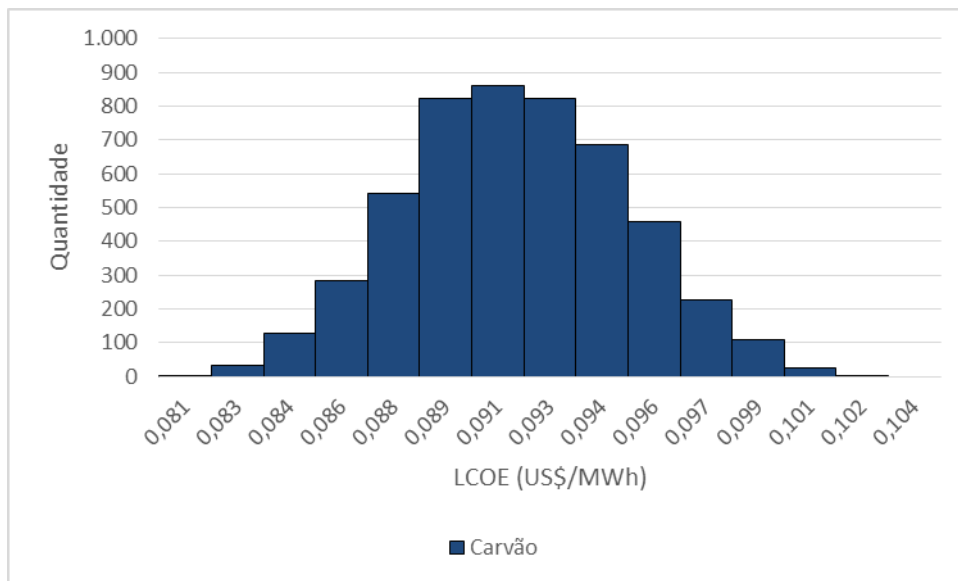
Histograma do custo médio de geração de energia através de gás natural



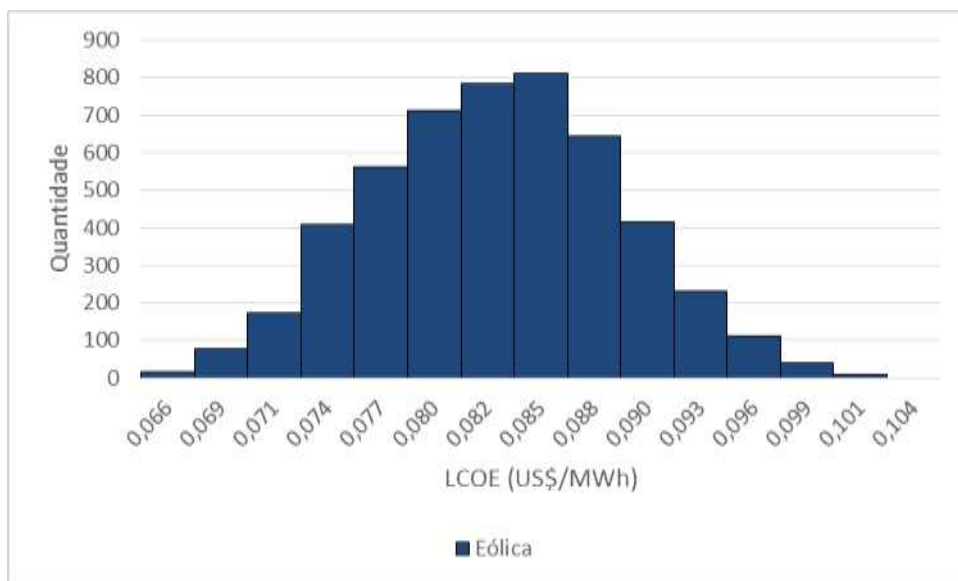
Histograma do custo médio de geração de energia através de derivados de petróleo



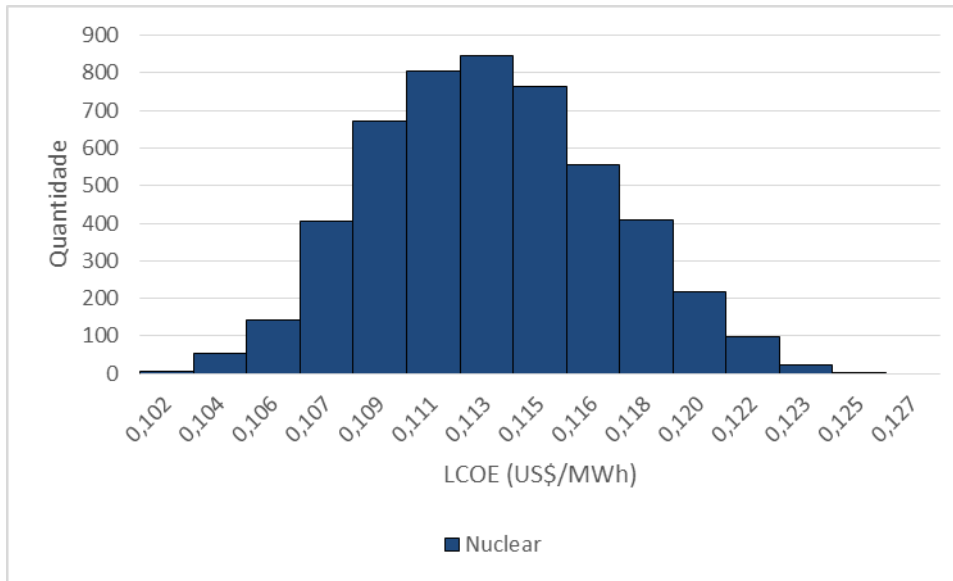
Histograma do custo médio de geração de energia através de carvão



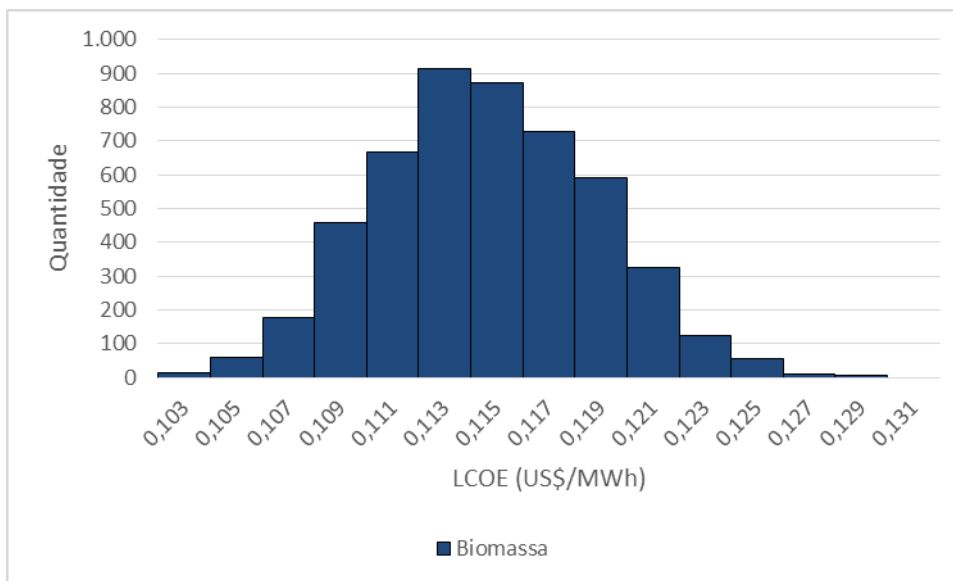
Histograma do custo médio de geração de energia através de gás natural



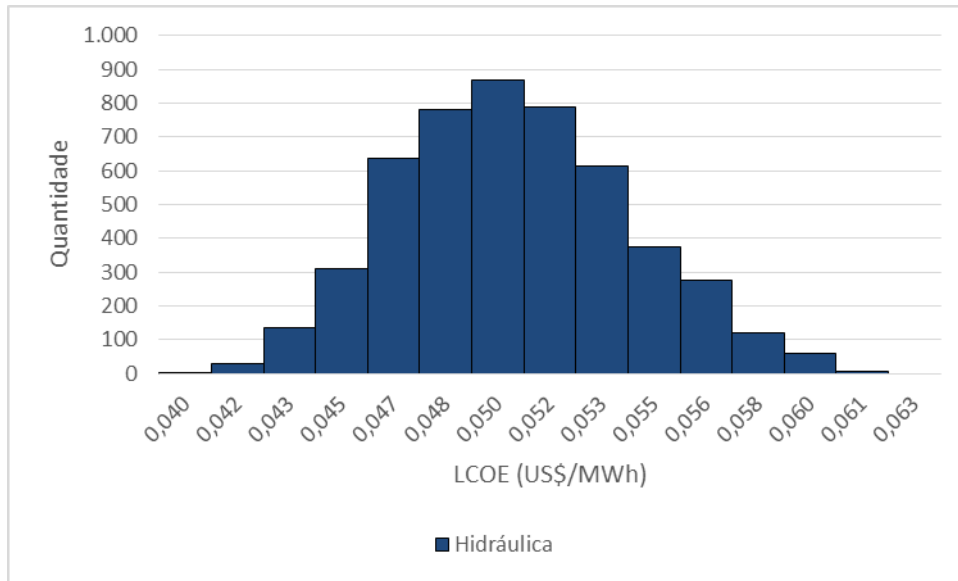
Histograma do custo médio de geração de energia através de tecnologia nuclear



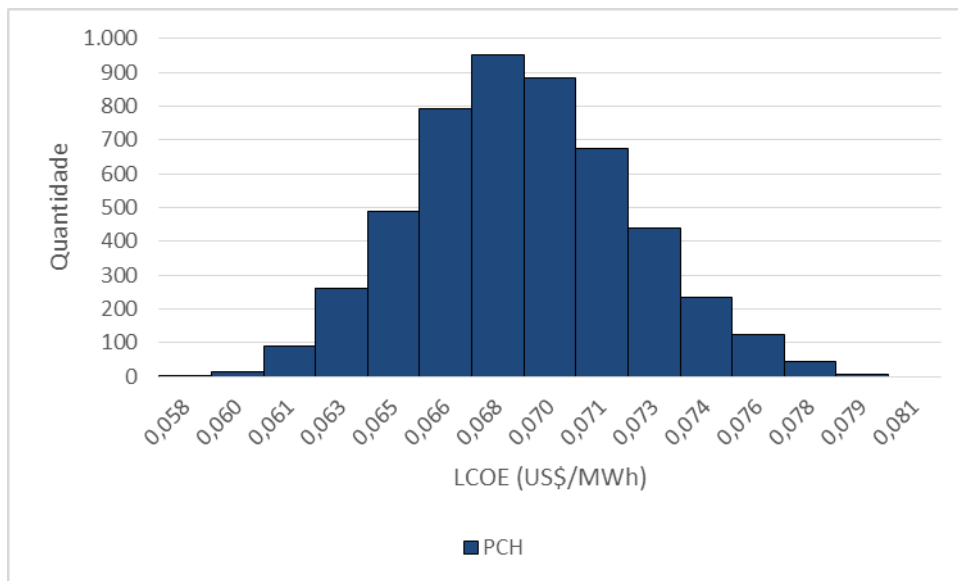
Histograma do custo médio de geração de energia através de biomassa



Histograma do custo médio de geração de energia através de tecnologia hidráulica



Histograma do custo médio de geração de energia através de tecnologia hidráulica de pequeno porte, em Pequenas Centrais Hidrelétricas (PCH)



APÊNDICE C – MATRIZES DE COVARIÂNCIA ENTRE OS CUSTOS DE GERAÇÃO

Matriz de covariância entre os custos de construção

Tecnologia	Gás Natural	Deriv. Petróleo	Carvão	Eólica	Nuclear	Biomassa	Hidráulica	PCH	Emissão
Gás Natural	0,0225	-	-	-	-	-	-	-	-
Deriv. Petróleo	-	0,0529	-	-	-	-	-	-	-
Carvão	-	-	0,0529	-	-	-	-	-	-
Eólica	-	-	-	0,0025	-	-	-	-	-
Nuclear	-	-	-	-	0,0529	-	-	-	-
Biomassa	-	-	-	-	-	0,0400	-	-	-
Hidráulica	-	-	-	-	-	-	0,1444	-	-
PCH	-	-	-	-	-	-	-	0,0100	-
Emissão	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Fonte: Elaboração própria, com base em Awerbuch e Yang (2007).

Matriz de covariância entre os custos de aquisição de combustível

Tecnologia	Gás Natural	Deriv. Petróleo	Carvão	Eólica	Nuclear	Biomassa	Hidráulica	PCH	Emissão
Gás Natural	0,0361	0,0233	0,0125	-	0,0027	-0,0150	-	-	0,0336
Deriv. Petróleo	0,0233	0,0625	0,0095	-	0,0048	-0,0077	-	-	0,0124
Carvão	0,0125	0,0095	0,0196	-	0,0040	-0,0096	-	-	-0,0178
Eólica	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Nuclear	0,0027	0,0048	0,0040	-	0,0576	-0,0095	-	-	-
Biomassa	-0,0150	-0,0077	-0,0096	-	-0,0095	0,0324	-	-	-
Hidráulica	-	-	-	-	-	-	-	-	-
PCH	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Emissão	0,0336	0,0124	-0,0178	-	-	-	-	-	0,0676

Fonte: Elaboração própria, com base em Awerbuch e Yang (2007).

Matriz de covariância entre os custos de operação e manutenção

Tecnologia	Gás Natural	Deriv. Petróleo	Carvão	Eólica	Nuclear	Biomassa	Hidráulica	PCH	Emissão
Gás Natural	0,0110	0,0023	0,0014	-	0,0014	0,0036	-0,0006	-0,0006	-
Deriv. Petróleo	0,0023	0,0586	-0,0024	-0,0112	-0,0023	0,0003	-0,0100	-0,0100	-
Carvão	0,0014	-0,0024	0,0029	-0,0010	-	0,0010	0,0002	0,0002	-
Eólica	-	-0,0112	-0,0010	0,0064	-0,0003	-0,0016	0,0035	0,0035	-
Nuclear	0,0014	-0,0023	-	-0,0003	0,0030	0,0039	-0,0035	-0,0035	-
Biomassa	0,0036	0,0003	0,0010	-0,0016	0,0039	0,0117	-0,0030	-0,0030	-
Hidráulica	-0,0006	-0,0100	0,0002	0,0035	-0,0035	-0,0030	0,0234	0,0234	-
PCH	-0,0006	-0,0100	0,0002	0,0035	-0,0035	-0,0030	0,0234	0,0234	-
Emissão	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Fonte: Elaboração própria, com base em Awerbuch e Yang (2007).